

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт педагогики и психологии детства
Кафедра теории и методики обучения естествознанию, математике и
информатике в период детства

**Условия развития математического мышления
младших школьников**

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой
Л. В.Воронина

Исполнитель:
Дерябина Юлия Сергеевна,
обучающийся БН-51z группы

дата

подпись

подпись

Руководитель:
Ручкина Валентина Павловна,
канд. пед. наук, доцент

подпись

Екатеринбург 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ	7
1.1. Мышление и его виды.....	7
1.2. Математическое мышление и его структура	15
1.3. Особенности развития математического мышления у детей младшего школьного возраста.....	23
1.4. Подходы к развитию математического мышления в различных образовательных программах	32
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ	40
2.1. Диагностика уровня развития математического мышления у младших школьников	40
2.2. Опыт развития математического мышления младших школьников в процессе обучения математике.....	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	63
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	65
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	71
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	72
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	85

ВВЕДЕНИЕ

Современная система образования ориентирована на развитие личности ребенка, создание содержания, форм и методов обучения, обеспечивающих развитие познавательных способностей и личностных качеств каждого ученика.

В концепции развития математического образования в РФ отмечаются его цели на этапе начального общего образования – обучение учащихся методам познания, развитие у них качеств математического мышления, математических способностей и умений. В документе также отмечается возрастающее значения использования математики во всех областях науки, производства, экономики.

В наши дни большинство технологий практически во всех сферах деятельности основано на универсальных математических методах. Человеку для работы с компьютерными системами, информационными технологиями, анализа информации, планирования решения любых задач, переноса идей из одних условий в другие необходимо математическое мышление.

Необходимость развития математического мышления младших школьников обусловлена также интенсивным формированием всех психических функций, познавательных способностей у ребенка этого возраста.

Вопросы развития мышления учащихся в процессе обучения исследовались дидактами (Ю.К. Бабанский [6], М.Н. Скаткин [50] и др.), математиками-методистами (В.А. Гусев [11], Н.Х. Розов [43], С.Л. Трегуб [55], П.М. Эрдниев [61] и др.).

Теоретические и практические основы развития математического мышления школьника в учебной деятельности заложены выдающимися отечественными учеными: Р.А. Атахановым [3, 4, 5], В.А. Гусевым [11], А.И. Голиковым [10], Н.Б. Истоминой [21], Ю.М. Колягиным [23, 24], Л.К. Максимовым [33, 34, 35], Н.Ф. Талызиной [52, 53] и др.

Одними из первых предприняли попытки развития теоретического мышления учащихся в начальной школе Л.В. Занков [19], Д.Б. Эльконин [60] и В.В. Давыдов [12, 13]. В русле развивающего обучения появились различные программы начального обучения и учебники математики, в которых авторы различными приемами и средствами развивают математическое мышление школьника (И.И. Аргинская, Т.Е. Демидова, Н.Б. Истомина, С.А. Козлова, Л.Г. Петерсон и др.).

Во многих исследованиях отмечается неудовлетворительное состояние математической подготовки учащихся: формализм знаний, недостаточный уровень математического мышления. Часто математическая подготовка учащихся заключается в наборе мало связанных между собой сведений и закреплённых навыков решения стандартных задач.

Практика работы показывает, что несмотря на смену целевых установок современного образования, обучение математике в начальных классах по-прежнему больше направлено на формирование знаний, умений и навыков, на развитие логического и алгоритмического мышления детей. Целесообразность развития математического мышления младших школьников обоснована наукой, но недостаточно определены условия его реализации.

Таким образом, возникает **противоречие** между необходимостью развития математического мышления для современного человека, ориентацией школы на компетентностную модель обучения, включающую в том числе развитие математического мышления, и недостаточной разработанностью практических рекомендаций по организации условий развития математического мышления младших школьников.

Данное противоречие позволило определить **проблему исследования**: каковы условия развития математического мышления младших школьников?

Актуальность проблемы определила **тему исследования**: «Условия развития математического мышления младших школьников».

Объект исследования: педагогический процесс развития математического мышления младших школьников.

Предмет исследования: условия развития математического мышления младших школьников.

Цель исследования: теоретически обосновать и спроектировать комплекс условий для развития математического мышления младших школьников.

Гипотеза исследования: развитие математического мышления младших школьников может проходить эффективно, если созданы следующие условия:

- на всех этапах урока математики используются частично-поисковые задания, требующие от школьников активной мыслительной деятельности и самостоятельности в выборе способа действия;
- разработан и внедрен комплекс упражнений, направленный на развитие компонентов математического мышления: анализа, планирования и рефлексии.

В соответствии с целью и гипотезой были поставлены следующие **задачи.**

1. Изучить педагогические, психологические, методические литературные источники по проблеме развития мышления у детей младшего школьного возраста, выявить сущность и структуру математического мышления.
2. Определить особенности развития математического мышления у детей младшего школьного возраста.
3. Проанализировать подходы к развитию математического мышления в различных образовательных программах.
4. Подобрать методики для исследования развития математического мышления у младших школьников, определить критерии его развития и провести диагностику.

5. Выявить и проверить на практике условия развития математического мышления младших школьников.

Для решения поставленных задач были использованы следующие **методы исследования**: эмпирические (изучение и анализ литературы), практические (тестирование, количественный и качественный анализ полученной информации).

Опытно-поисковая работа проводилась на базе МАОУ лицей № 100 г. Екатеринбурга. В ней приняли участие 25 учащихся 2 класса.

Структура работы: введение, 2 главы, заключение, список использованной литературы, приложения.

ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

1.1. Мышление и его виды

В психологии мышление понимают как опосредованное – основанное на раскрытии связей, отношений, опосредований – и обобщённое познание объективной реальности [44, с. 383].

В.А. Крутецкий называет мышление высшей формой отражения мозгом окружающего мира, наиболее сложным познавательным психическим процессом, свойственным только человеку [26, с. 115].

Познание человеком объективной действительности начинается с ощущений и восприятия, а затем переходит к мышлению. Человек получает знания об окружающем мире не только с помощью анализаторов, возможности которых очень ограничены. Возможности всеобъемлющего познания мира открывает человеческое мышление.

Ощущения и восприятия могут отражать отдельные стороны явлений. По выражению С.Л. Рубинштейна, «специфический путь», которым мышление идет к познанию, определяется его задачами, включающими раскрытие отношений, связей между предметами, их свойств и сущности. Причем задачей мышления является раскрытие существенных, необходимых связей, основанных на реальных зависимостях, в отличие от случайных совпадений в той или иной частной ситуации. Всякое мышление совершается в обобщениях. Оно всегда идёт от единичного к общему и от общего к единичному [44].

По мнению А.Г. Маклакова, сутью этого высшего познавательного психического процесса является порождение нового знания на основе творческого отражения и преобразования человеком действительности [32].

Одной из ключевых особенностей мышления является то, что оно всегда связано с решением той или иной задачи, возникающей в процессе

познания или в практической деятельности. Как пишет С.Л. Рубинштейн: «Всякий мыслительный процесс является по своему внутреннему строению действием или актом деятельности, направленным на разрешение определённой задачи. Задача эта включает в себе цель для мыслительной деятельности индивида, соотнесённую с условиями, которыми она задана» [44, с. 391].

Всякий мыслительный процесс начинается с появления проблемной ситуации, с вопроса, с удивления, с противоречия, т.е. с того момента, когда у человека появляется потребность что-то понять. Завершения мыслительного процесса – это разрешение задачи. Если мыслительный процесс прекращается без достижения его цели, человек воспринимает это как неудачу или поражение.

Важной особенностью мышления является его тесная связь с речью, которая выражается в том, что мысли всегда облечены в речевую форму. В.А. Крутецкий утверждает, что речь, в частности, внутренняя речь, является средством мышления [26]. Многочисленными исследованиями доказано, что проговаривание задачи при восприятии и наблюдении, выражение ее в словесной форме помогает более глубокому протеканию мыслительных процессов. Проговаривание материала, который требуется запомнить, способствует более эффективному запоминанию. Четко сформулированная задача содействует планированию деятельности в целом и выполнению волевых действий человеком.

Направленность мыслительного процесса на решение определенной задачи, само существование проблемной ситуации указывает на то, что в представлении человека ситуация дана неадекватно, в несущественных связях. Для того чтобы решить задачу, считает С.Л. Рубинштейн, следует прийти к адекватному познанию, к которому мышление идет с помощью различных операций, составляющих различные стороны мыслительного процесса [44].

Основным механизмом решения проблемной ситуации, указывает И.С. Якиманская, представляется включение объекта в новые отношения и связи, вследствие чего он выступает в новых, ранее не выявляемых отношениях и свойствах [62, с. 59].

Этот процесс осуществляется с помощью мыслительных операций сравнения, анализа, синтеза, абстракции, обобщения, конкретизации. Все они выступают различными сторонами основной операции мышления – «опосредования», т.е. раскрытия существенных объективных связей и отношений.

По определению В.А. Крутецкого, сравнение – «это сопоставление предметов и явлений с целью найти сходство и различие между ними» [26, с. 118]. Широко известно высказывание К.Д. Ушинского о том, что «сравнение есть основа всякого понимания и мышления» [56, с. 332]. Великий педагог считал, что все в мире познается именно через сравнение, и, если бы существовал предмет, который невозможно было бы ни с чем сравнить, мы не сумели бы сказать о нем ни единого слова. Также можно привести слова А.Ф. Лосева о том, что «познание есть всегда отделение, разделение, противоположение». Чтобы познать любой предмет, необходимо сравнить его с другими предметами [30, с. 34].

А.Г. Маклаков делает акцент на том, что от правильного выбора показателей для сравнения зависит его успех. Для успешного выполнения сравнения необходимо выделение существенных признаков сравниваемых предметов. Именно от того, какие свойства этих предметов считать существенными, будет зависеть то, признаем ли мы их сходными или различными. Поэтому в одних случаях можно признать предметы сходными, а в других – различными [32].

С.Л. Рубинштейн отмечает, что сравнение – это первичная и элементарная форма познания. Более основательное познание нуждается в раскрытии закономерностей, связей, существенных свойств. Это реализуется

другими сторонами мыслительного процесса – операциями анализа и синтеза, прежде всего [44].

В.А. Крутецкий дает этим операциям следующие определения: «Анализ – это мысленное расчленение предмета или явления на образующие его части, выделение в нем отдельных частей, признаков и свойств. Синтез – это мысленное соединение отдельных элементов, частей и признаков в единое целое» [26, с. 189].

Анализ проблему расчленяет, синтез объединяет данные для ее разрешения по-новому. Как замечает С.Л. Рубинштейн, мысль при анализе и синтезе идет от расплывчатого представления о предмете к понятию, в котором «анализом выявлены основные элементы и синтезом раскрыты существенные связи целого» [44, с. 399].

Многие ученые (А.Г. Маклаков [32], В.В. Петухов [40], С.Л. Рубинштейн [44] и др.) обращают внимание на то, что операции анализа и синтеза могут быть практическими и теоретическими (умственными). Поначалу анализ и синтез возникают в практической деятельности. Для мысленного расчленения предмета и соединения частей необходимы практические действия с предметом.

Анализ и синтез тесно взаимосвязаны, по сути являясь противоположностями. В каждом сложном мыслительном процессе участвуют обе эти операции. Анализ без синтеза порочен, говорит С.Л. Рубинштейн; выполнение одностороннего анализа без синтеза приводят к механистическому сведению целого к сумме частей. В такой же мере синтез невозможен без анализа, потому что он должен восстановить в мысли целое в существенных взаимосвязях его элементов, которые выделены в процессе анализа [44].

Абстракция определяется В.А. Крутецким как «мысленное выделение существенных свойств и признаков предметов или явлений при одновременном отвлечении от несущественных признаков и свойств» [26, с. 119].

Как и другие мыслительные операции, абстракция в действии предшествует мысленному отвлечению, возникает сначала в практике, т.к. действие отвлекается от определенных свойств предметов, выделяя прежде всего те свойства, которые имеют непосредственное отношение к потребности человека [44].

Абстракция лежит в основе обобщения – мысленного объединения предметов и явлений в группы по тем общим и существенным признакам, которые выделяются в процессе абстрагирования. В учебной деятельности обобщение выражается в выводах, определениях, правилах, классификации.

Процессам абстрагирования и обобщения противоположен процесс конкретизации – это мысленного перехода от общего к единичному, которое соответствует этому общему [26]. Конкретизация имеет большое значение в учебном процессе, связывая теоретические знания с практикой, жизнью и способствуя правильному пониманию действительности.

Выделяются три основные формы мышления: понятие, суждение и умозаключение.

«Понятие – форма мышления, в которой отражаются общие и притом существенные свойства предметов явлений», – пишет В.А. Крутецкий [26, с.121].

По мнению С.Л. Рубинштейна, понятие во многом связано с представлением, и в то же время отлично от него. Представление образно-наглядно, а понятие не наглядно; представление связано непосредственно с единичным предметом, в понятии раскрываются существенные признаки предметов. Однако в реальном мыслительном процессе понятие и представление едины. Реально протекающее в сознании человека мышление в понятиях всегда связано с представлениями, что особенно четко наблюдается в моменты затруднений. При встрече с трудностями мысль обращается к представлениям, ощущая необходимость привлечь наглядный материал, на котором можно проследить мысль наглядно. Тем самым

подтверждаются психологические основы принципа наглядности в обучении, кроющиеся в природе мыслительного процесса [44].

А.Г. Маклаков замечает, что усвоение понятий – это сложный процесс, который проходит в несколько этапов и осуществляется с помощью определенных механизмов. Формирование понятий может происходить путем обучения либо с опорой на опыт в процессе деятельности [32].

Основной формой осуществления мыслительного процесса С.Л. Рубинштейн считает суждение: «Мыслить – это прежде всего судить» [44, с. 405]. Раскрывая содержание понятий, суждение в специфической форме отражает степень познания человеком объективной действительности в ее свойствах и отношениях.

Умозаключение является формой мышления, в процессе которой человек выводит новое суждение, сопоставляя и анализируя другие суждения.

В психологии выделяют три типа мышления в зависимости от их содержания: наглядно-действенное, наглядно-образное и абстрактное, или словесно-логическое.

Наглядно-действенное мышление, по замечанию Б.М. Теплова, оперирует непосредственно воспринимаемыми вещами; оно неотрывно связано с восприятием и имеет дело с теми связями, которые даны в восприятии. Наглядно-действенное мышление также неразрывно связано с непосредственным манипулированием вещами, с действиями в физическом смысле слова. При таком типе мышления задачи решаются человеком, который смотрит на вещи и оперирует непосредственно с ними [54].

Ученый считает, что наглядно-действенное мышления является первой ступенью мышления [54]. С.Л. Рубинштейн также пишет, что «интеллектуальная деятельность формируется сначала в плане действия» [44, с. 421]. Сначала у ребенка развивается лишь наглядно-действенное мышление, которые выражается в предметных действиях.

Как отмечает А.Г. Маклаков, наглядно-действенное мышление, суть которого состоит в практической преобразовательной деятельности с реальными предметами, проявляется у людей, занятых производственным трудом, где результатом труда является какой-либо материальный продукт [32].

Наглядно-образное мышление свойственно детям дошкольного и младшего школьного возраста. Этот вид мышления осуществляется непосредственно при восприятии окружающей действительности, при этом образы представлены в кратковременной и оперативной памяти.

Словесно-логическое, или абстрактное мышление – это мышление понятиями, лишенными непосредственной наглядности [26].

С.Л. Рубинштейн обращает внимание на то, что эти виды мышления разными способами переходят друг в друга. Мышление, замечает ученый, осуществляется в обобщенных, абстрактных понятиях, и в то же время в мышление включаются наглядные образы; здесь даны в единстве понятие и образ-представление. Человек не может мыслить ни одними понятиями без чувственно-наглядных представлений, ни одними представлениями без понятий. Поэтому не следует считать наглядное и понятийное мышление противоположностями. Однако их отличие состоит в том, что наглядное мышление осуществляется преимущественно в форме наглядных образов-представлений, а понятийное – преимущественно в форме общих понятий. Таким образом, эти виды мышления представляются разными сторонами единого мыслительного процесса [44, с. 408-409].

Говоря о различиях наглядно-действенного, наглядно-образного и словесно-логического видов мышления, В.В. Петухов называет два критерия их определения. Первый критерий – это форма, в которой субъекту предъявляется изучаемый объект: материальный объект; изображенный на рисунке или чертеже; описанный в определенной знаковой системе. Ученый отмечает, что наиболее простым показателем уровня развития мышления

может быть умение решать практические, наглядные и вербальные задачи [40].

Второй критерий выделения уровней мышления – это способ, которым человек познает окружающий мир: с помощью практических действий с объектом, образных представлений или логических понятий.

В.В. Петухов уверен, что мышление представляет собой качественно неоднородное психическое образование и выделяет несколько классификаций видов мышления по разным характеристикам [40].

Так, по характеру протекания познавательных процессов можно выделить интуитивное и аналитическое мышление. Интуитивное осуществляется непосредственно, как «ясное видение» правила, закона, закономерности. При аналитическом мышлении ряд логических умозаключений постепенно приводят к выводу правила, закона, закономерности.

Также различаются творческое и критическое мышление, условия протекания которых почти полярны. Создание новых идей должно быть независимо от критики, запретов, как внешних, так и внутренних. Критический отбор этих идей, их оценка, наоборот, нуждаются в требовательности к себе и другим. Однако в практике часто происходит объединение преимуществ каждого из этих видов мышления, использование их в качестве «разных режимов» сознательной работы на разных этапах решения проблем [40, с. 9].

В.В. Давыдов различает мышление эмпирическое и теоретическое. Первое осуществляется на основе эмпирических понятий. Содержанием второго является «бытие опосредствованное, рефлексированное, существенное» [12, с. 105]. В основе эмпирического мышления, отмечает А.З. Зак, лежит выделение путем сравнения внешне одинаковых, наблюдаемых непосредственно, признаков. При этом происходит классификация предметов по любым повторяющимся свойствам. Теоретическое мышление направлено на анализ предметов для выявления

существенных связей. В нем обязательно наличие рефлексии как момента анализа задачи [17].

Таким образом, в психолого-педагогической литературе мышление определяется как познавательный психический процесс, опосредованное – основанное на раскрытии связей, отношений, опосредований – и обобщённое познание объективной реальности. Он осуществляется с помощью мыслительных операций сравнения, анализа, синтеза, абстракции, обобщения, конкретизации. Выделяются три основные формы мышления: понятие, суждение и умозаключение. Существуют три основных типа мышления: наглядно-действенное, наглядно-образное и абстрактное, или словесно-логическое.

1.2. Математическое мышление и его структура

Нам не удалось найти единого подхода к вопросу определения понятия математического мышления в психолого-педагогической и методической литературе.

Одни ученые придерживаются мнения, что не существует математического мышления как такового, со своими особыми формами мыслительных действий; а специфика такового мышления связана лишь с природой математического материала.

Например, Л.С. Трегуб считает, что в основе математики лежат общие методы человеческого познания, что демонстрация «единых принципов человеческого познания означает, что нет особых методов математического мышления» и нет специфического по способу своего функционирования математического мышления [55, с. 7]. З.И. Слепкань рассматривает попытки ввести понятие математического мышления и выделить в нем особенности и компоненты как неправомерные [51, с. 18]. По мнению Г. Фрейдентала, невозможно дать убедительный ответ на вопрос о том, в чем суть математического мышления. Он говорит, что «человек может научиться

математически мыслить, подражая тем, кто уже овладел этим искусством» [58, с. 9].

Л.К. Максимов утверждает, что математическое мышление имеет свои особенности, отличающие его от мышления в других областях, хотя методы математического мышления используются в различных науках и считаются общими методами познания. Специфика математического мышления состоит не в методах, а в объектах и в особенностях предметного содержания [33].

Г. Вейль под математическим способом мышления понимает «особую форму рассуждений, посредством которых математика проникает в науки о внешнем мире – в физику, химию, биологию, экономику и т.д., и даже в наши размышления о повседневных делах и заботах» [7, с. 6]. Исследователь считает мышление чем-то однородным и универсальным, способным иметь внешние особенности и различия.

Другой подход можно найти в исследованиях Ж. Пиаже. Под математическим мышлением Ж. Пиаже понимает собственно логико-математическое мышление, имеющее абстракции. Формирование математического мышления у детей, по Ж. Пиаже, возможно только на основе сложившихся «умственных структур», соответствующих основным математическим структурам (алгебраической, порядка и т.д.). Согласно этой теории интеллектуальное развитие, и математическое в том числе, заканчивается к 15 годам, т.к. к этому возрасту все структуры в ребенка уже сформированы [41].

Многие исследователи определяют математическое мышление как абстрактное, логическое, имеющее способность к обобщению, пространственным представлениям, выделяя в нем качества, присущие мышлению не только в математике, но и в любой другой области.

Так, Н. Майер придает немалое значение в процессе решения математических задач такому качеству мышления, как гибкость [31]. Ю.М. Колягин называет в математическом мышлении те же качества, что и в научном: гибкость, активность, целенаправленность, готовность памяти к

воспроизведению усвоенного, широта, глубина, критичность, ясность, точность, лаконичность и др. [24].

В.А. Гусев называет ряд специфических черт математического мышления, которые формируются у большинства учащихся при изучении математики в средней школе: четкость формулировок заданий, задач; понимание математического материала; строгость изложения; память [11, с. 56].

Ряд ученых связывает математическое мышление со способностями.

По мнению В.А. Крутецкого, мышление способных к математике учеников имеет отличительные черты: быстрое и широкое обобщение; стремление мыслить свернутыми умозаключениями; большая подвижность мыслительных процессов; свободное переключение от одной умственной операции к другой; тенденция к ясности, простоте, рациональности, экономичности, изяществу решения. Специфической особенностью математического мышления автор считает «способность к обобщению математических объектов, отношений и действий» [27, с. 385].

В.А. Крутецкий перечисляет основные характеристики математического мышления:

- способность к формализации, отделению формы от содержания;
- способность обобщать математический материал, выделять главное, отвлекаясь от несущественного;
- способность к оперированию числовой и знаковой символикой;
- способность к «последовательному, правильно расчлененному логическому рассуждению»;
- способность к сокращению процесса рассуждения;
- способность к обратимости мыслительного процесса (к переходу с прямого на обратный ход мысли);
- гибкость мышления, способность к переключению от одной умственной операции к другой;
- математическая память;

- способность к пространственным представлениям [27].

В научной литературе прослеживается еще один подход к определению понятия математического мышления, в котором этот вид мышления рассматривается как теоретический (Р.А. Атаханов, А.И. Голиков, В.В. Давыдов, Л.К. Максимов, Л.М. Фридман и др.).

Л.М. Фридман устанавливает наличие особого математического мышления, отличного от мышления в других науках. «Специфику математического мышления, — замечает ученый, — следует искать не в ее методах, которые действительно широко сейчас применяются в других науках и поэтому получают все больше и больше статус всеобщих методов познания, а в ее объектах» [59, с. 39-40]. Определение Л.М. Фридмана звучит так: «Математическое мышление – это предельно абстрактное, теоретическое мышление, объекты которого лишены всякой вещественности и могут интерпретироваться самым произвольным образом, лишь бы при этом сохранялись заданные между ними отношения» [59, с. 41].

С точки зрения Л.К. Максимова, математическое мышление предполагает такой тип ориентации, который характерен для теоретического мышления [34]. Им разработаны методики для изучения специфики проявления таких мыслительных действий, как анализ, планирование, рефлексия на математическом материале.

В.В. Давыдов, рассматривая характерные черты теоретического мышления, отмечал следующие: «анализ как способ обнаружения генетически сходной основы некоторого целого»; рефлексия, «благодаря которой человек рассматривает основания своих собственных мыслительных действий и этим опосредствует одно из них другими»; осуществление теоретического мышления в плане умственных действий («план мысленного эксперимента») [12, с. 131].

Как указывает Р.А. Атаханов, математическое мышление имеет своим началом определенную предметно-содержательную реальность, подлежащую мысленному изменению и преобразованию, продуктом же такого мышления

является новое математическое знание или решение математической задачи [4].

А.И. Голиков понимает под математическим мышлением «процесс опосредованного отражения в человеческом сознании количественных отношений и пространственных форм действительного мира; познавательную деятельность личности, характеризующуюся обобщенным и опосредованным отражением действительности» [10, с. 62].

Исследователь называет математическое мышление составной частью мышления вообще, имеющей свою специфику, определенную особенностью отражения математикой реальной действительности.

В структуру математического мышления, таким образом, входят такие компоненты, как теоретический анализ, планирование, рефлексия.

«Содержательный анализ направлен на выявление существенного в рассматриваемых явлениях», – пишет Р.А. Атаханов. – Оно определяется в результате поиска генетически исходного отношения, лежащего в основе функционирования некоторой системы, и абстрагирования его от несущественных ее свойств» [4].

А.И. Голиков дополняет это определение, замечая, что анализ служит для вычленения общего способа решения задачи, который переносится на класс подобных задач. Основная задача анализа – поиск отношений, заданных в условиях задачи. С помощью преобразования условия задачи выделяется основное отношение. Учащиеся, владея приемами анализа условия задачи, способны обнаружить все существенные для решения данные и установить между ними отношения, прямые и обратные связи, т.е. школьники решают задачи более целенаправленно [10, с 71].

Планирование, по мнению В.В. Давыдова, состоит в создании системы возможных действий и установлении оптимального для существенных условий задачи действия [12].

А.И. Голиков рассматривает планирование как определение последовательности практических действий по решению задачи или

составление схемы. По словам ученого, «уметь планировать – значит владеть определенными эвристическими приемами мыслительной деятельности» [10, с. 71]. Лучшим средством для развития этого умения у младших школьников он считает решение арифметических задач, которые имеют несколько способов решения.

По определению Л.К. Максимова, «рефлексия состоит в обращении субъекта к основаниям своих собственных действий и рассмотрении их с точки зрения соответствия внутренним условиям задачи, особенностям ее структуры» [35, с. 45]. Она проявляется в анализе внутреннего процесса решения задачи, который выполняет сам учащийся.

Для развития способности к рефлексии у младших школьников А.И. Голиков предлагал детям сравнивать разные способы решения задачи, а затем преобразовывать их, составляя новые задачи. О наличии у ученика способности к рефлексии говорит его умение составлять новую, отличную от решенной ранее, задачу после решения ряда задач разными способами [10].

А.И. Голиков подчеркивает, что овладеть обобщенными способами решения задач учащимся дает возможность целенаправленное формирование указанных мыслительных действий (анализа, планирования и рефлексии) в процессе специально организованной учебной деятельности [10].

Все эти мыслительные действия, по убеждению В.В. Давыдова, взаимосвязаны. При этом планирование тесно связано с анализом и рефлексией, а анализ опирается на рефлексия [12, с. 199].

Р.А. Атаханов утверждает, что, когда ребенок уже решил задачу, выявил закономерность в ее условии и мысленно спланировал решение, становится возможна рефлексия. Планирование же выполняется после анализа материала и на его основе. Все это создает базу для рефлексии учеником оснований своих действий и осуществления контроля [4].

Исследователь подводит итог: «Успешное выполнение рефлексии предполагает осуществление содержательного анализа и планирования; выполнение планирования предполагает также успешное выполнение

содержательного анализа, создает платформу для действий планирования и рефлексии, но не гарантирует их безошибочное выполнение» [4].

По его мнению, в математическом мышлении развитие анализа, планирования и рефлексии происходит именно в такой последовательности, поэтому он принимает их за основные уровни развития мышления. Р.А. Атаханов перечисляет следующие уровни развития математического мышления: эмпирический уровень; уровень анализа; уровень планирования; уровень рефлексии [5]. Эмпирическим уровнем мышления ученый называет неумение осуществлять содержательный анализ. Он указывает, что «полноценным теоретическим математическим мышлением является его рефлексивный уровень, базирующийся на таком же уровне развития мышления «вообще». Также ученый утверждает, что уровни развития математического мышления не могут опережать развитие мышления «вообще» [3].

Приведем также определение, данное в диссертационном исследовании Л.А. Сазоновой по отношению к математическому мышлению учащихся. Она определяет математическое мышление учащихся как «особый вид теоретического мышления, специфический процесс отражения объективной реальности, осуществляемый на основе математических понятий и суждений, пространственных представлений, обобщений» [48]. В процессе математического мышления, считает исследователь, устанавливаются закономерности между различными предметами и явлениями действительности.

На наш взгляд, сущность математического мышления по отношению к младшим школьникам отражает определение, данное Ю.М. Колягиным: «Под математическим мышлением будем понимать, во-первых, ту форму, в которой проявляется теоретическое мышление в процессе познания человеком конкретной науки математики; во-вторых, ту специфику, которая обусловлена самой природой математической науки, применяемых ею

методов познания явлений реальной действительности, а также теми общими приемами мышления, которые при этом используются» [24, с. 107].

А.И. Голиков отмечает, что наличие такого мышления у младшего школьника гарантирует ему успешное освоение математики как учебного предмета [10].

Под «формой» М.Ю. Колягин понимает определенные виды мышления, которые формируются у ребенка в процессе учебной деятельности: конкретное мышление, абстрактное (аналитическое, логическое, пространственно-схематическое), интуитивное, функциональное, диалектическое, творческое и др. [23].

К качествам мышления, формирующим математический стиль мышления, М.Ю. Колягин относит: гибкость (легкость перехода от одного способа действия к другому), активность (постоянство в решении определенной проблемы), целенаправленность (выбор способов действий с ориентацией на поставленную цель) мышления, оригинальность, критичность, готовность памяти и некоторые другие качества [24, с. 166-168].

А.И. Голиков делает акцент на том, что говорить о математическом стиле мышления имеет смысл лишь в тому случае, когда у школьника есть опыт работы с соответствующим содержанием и определенные знания. Наличие знаний дает ему возможность оперировать знаковыми системами, свойственными математике, описать ход действий в математической символике (цифры, буквы, знаки, символы) [10, с. 93].

Таким образом, в психолого-педагогической литературе на сегодняшний день нет единого определения математического мышления. Вслед за такими исследователями, как Р.А. Атаханов, В.В. Давыдов, Л.К. Максимов, А.И. Голиков, мы считаем, что математическое мышление является теоретическим и имеет ряд специфических особенностей. В нашем исследовании мы будем опираться на определение, данное Л.А. Сазоновой: математическое мышление – это «особый вид теоретического мышления,

специфический процесс отражения объективной реальности, осуществляемый на основе математических понятий и суждений, пространственных представлений, обобщений».

В структуру математического мышления входят теоретический (содержательный) анализ, планирование и рефлексия.

1.3. Особенности развития математического мышления у детей младшего школьного возраста

Математическое мышление, являясь по сути теоретическим, имеет ту же последовательность развития от эмпирического к аналитическому, к планирующему, рефлексизирующему мышлению. Рассмотрим подробнее эту последовательность развития математического мышления у младших школьников.

Психическое развитие ребенка к началу обучения в школе достигает уже довольно высокой ступени развития, это касается всех психических процессов: восприятия, памяти, мышления, воображения, речи. Психологические исследования доказывают, что в младшем школьном возрасте дальнейшее развитие мышления получает первостепенное значение. Ребенок вовлекается в учебную деятельность, начинает овладевать системой научных понятий, вследствие чего его мышление переходит на более высокую ступень, а это, в свою очередь, приводит к существенной перестройке других психических процессов. Можно сказать, что в ряду психических функций мышление становится определяющим с началом систематического обучения [15].

Младший школьный возраст – переломный момент развития мышления, когда происходит переход от наглядно-образного к словесно-логическому, понятийному мышлению. Наглядно-образное мышление позволяет выполнять действия в непосредственно наглядном поле и в плане представлений, хранящихся в памяти. Ребенок представляет себе реальную

ситуацию и действует с образами предметов, а не с реальными предметами, в при наглядно-действенном мышлении.

Говоря о математическом мышлении младшего школьника, Ю.М. Колягин называет его предметным, в котором различаются две формы: неоперативное мышление (чувственное восприятие, наблюдение) и оперативное мышление (непосредственные действия с моделями объектов). Неоперативное конкретное мышление, по мысли исследователя, можно наблюдать у учащихся начальных классов, мыслящих наглядными образами, воспринимающих окружающее на уровне представлений. Находясь на этом уровне развития, дети не владеют понятиями, однако конкретное мышление имеет важное значение в образовании абстрактных понятий, в «конструировании особых свойств математического мышления, развитие которых способствует познанию математических абстракций» [24, с. 138]. Именно по этой причине психологи дают рекомендации об использовании различных дидактических пособий.

Оперирование понятиями составляет основу словесно-логического мышления, переход к которому знаменует дальнейший путь развития мышления. Как замечает И.В. Дубровина, при этом изменяется содержание мышления: на смену конкретным представлениям, отражающим внешние признаки предметов, приходят понятия, содержащие в себе существенные свойства предметов и явлений и их связи. Именно содержание ведущей деятельности ребенка в этот период – учебной – задает новое содержание мышления [15].

Понятийное мышление формируется на протяжении всего младшего школьного возраста постепенно. Вначале преобладающим является наглядно-образное мышление. И.В. Дубровина обращает внимание на то, что первоклассник лишь тогда начинает понимать общие положения, когда они конкретизируются с помощью частных примеров. Наглядно воспринимаемые признаки определяют содержание его понятий и обобщений. Первokлассник может сопоставить отдельные факты, сделать простейшие выводы, т.е. он

способен мыслить логически. Но в основном его мышление опирается на наглядность [15].

Особенности мышления ребенка 6-7 лет установил Ж. Пиаже в своих ставших классическими опытах с задачами на сохранение. Ученый сделал вывод о непонимании детьми этого возраста принципа сохранения, т.е. несформированности представлений о постоянстве основных свойств вещей. Второй его вывод касается «центрации» – неспособности детей учитывать одновременно несколько признаков предмета [41].

И.В. Дубровина указывает на то, что именно в возрасте 6-7 лет дети овладевают принципом сохранения благодаря получению опыта практических действий и специальному развивающему обучению. В это же время у школьников формируются различные мыслительные операции, и он становится готов к тому, чтобы у него сформировались полноценные научные понятия [15].

Младший школьник постепенно знакомится с системой научных понятий, умственные операции его уже меньше связаны с наглядной опорой или практическими действиями, чему способствует овладение учебной деятельностью и усвоение основ научных знаний. На основе этого у учащихся начинается формирование понятийного, или теоретического мышления. Это мышление дает возможность решать задачи, ориентируясь на существенные свойства и отношения, а не на внешние признаки предметов. Также в процессе обучения дети становятся способны действовать «в уме» и анализировать процесс собственных рассуждений.

С точки зрения В.В. Давыдова, в основе развития мышления младших школьников лежит процесс формирования у них в ходе учебной деятельности теоретической (содержательной) рефлексии, содержательного анализа и содержательного планирования, а это, в свою очередь, означает коренную перестройку всей познавательной сферы. Мыслительные действия, которые осуществляются в ходе рефлексии, анализа и планирования, имеют

две основные формы – эмпирико-рассудочную и теоретико-содержательную, лежащие в основе эмпирического и теоретического мышления [12, с. 199].

Ученый акцентирует внимание на том, что в процессе учебной деятельности учащиеся усваивают теоретические знания; у них формируются основы теоретического мышления, «нацеленного на раскрытие закономерностей происхождения и развития предметов» [13, с. 248]. В.В. Давыдов утверждает, что для формирования полноценной учебной деятельности младшие школьники должны постоянно решать учебные задачи, отыскивая общий принцип подхода к частным задачам данного класса.

Учебная задача решается с помощью учебных действий, в состав которых входят следующие: принятие учебной задачи, преобразование ситуации, входящей в задачу; моделирование выделенного отношения в символической форме; преобразование модели; построение системы частных задач; контроль и оценка. При этом, по мысли В.В. Давыдова, возникают условия, способствующие формированию содержательных мыслительных действий, причем каждое учебное действие преимущественно связано с развитием определенного новообразования. Так, выполнение контроля основано на содержательной рефлексии; выполнение преобразований условий учебной задачи и моделирования связано с развитием содержательного анализа; построение системы задач на основе общего способа решения предполагает выполнение содержательного планирования [13].

Л.К. Максимов, изучая развития у младших школьников математического мышления, пришел к выводу, что усвоение учащимися математического материала в форме учебной деятельности ведет к развитию у них ключевых составляющих математического мышления: рефлексии, анализа и планирования содержательного характера [35].

И.В. Дубровина называет умение младшего школьника выделять в предметах и явлениях различные признаки и свойства началом овладения

анализом. Исследователь обращает внимание на большие сложности учащихся начальных классов в выделении свойств, которые связаны с трудностями абстрагирования свойства от предмета для конкретного мышления ребенка. Первоклассник, утверждает исследователь, способен назвать лишь 2-3 свойства предмета из множества. Эта способность совершенствуется по мере развития детей, но при этом необходимо специальное обучение умению видеть в предметах разные их стороны, выделять многие свойства [15, с. 392].

Н.Ф. Талызина подробно описывает методику формирования у младших школьников приемов выделения свойств предметов, выделения существенных свойств, сравнения, подчеркивая, что «важно не просто пользоваться приемом, а довести его суть до сознания детей: они должны отдавать себе отчет в том, что делают» с. 139. Параллельно у школьников формируют умения выделять существенные признаки и отвлекаться от несущественных деталей [53].

При этом сначала дети выделяют свойства предметов путем сравнения их с другими наблюдаемыми предметами, затем – путем сравнения с представляемыми предметами, а позже будут видеть множество свойств предмета без сравнения. Также и любое другое психическое действие проходит в своем развитии несколько этапов [53].

Н.Ф. Талызина перечисляет следующие этапы формирования умственных действий. Сначала происходит ознакомление с целью деятельности, актуализация мотивации учеников. Второй этап – осознание схемы ориентировочной основы деятельности. Третий этап – выполнение действия в материализованной форме (с помощью моделей, чертежей). Затем действие выполняется в плане громкой речи, переходит во внутреннюю речь. На заключительном этапе действие выполняется в умственном плане [52].

Исследователи (А.И. Голиков, В.В. Давыдов, А.З. Зак, Е.И. Исаев и др.) отмечают прямую зависимость успешности учебной деятельности младших школьников от их умения предусматривать предстоящие действия, выделять

возможные варианты выполнения задания, выбирать лучший вариант из возможных.

В соответствии с концепцией П.Я. Гальперина, Н.Ф. Талызиной, основу умения планировать составляет формирование у учащихся ориентировочной основы действий, которое проходит по названным выше этапам. Сначала дети с помощью педагога озвучивают последовательность действий, т.е. планирование носит внешний характер. Затем учащиеся начальных классов при планировании основываются на имеющейся цели и конечном результате, при этом в процессе реализации плана они допускают ошибки, полученный ими результат может не совпадать с намеченным. На следующем этапе школьники способны к мысленному составлению плана действий, к предоставлению промежуточных результатов. Теперь дети, реализуя свой план в практической деятельности, регулируют свою деятельность в соответствии с планом.

Четвертый этап связан с преобразованием практической задачи в теоретическую, которое младшие школьники выполняют в процессе планирования. На основе рефлексии осуществляется оценка результата. Затем дети готовы к самостоятельному формированию внутреннего плана действий; их действия во внутреннем и внешнем плане согласованы, последовательны [52].

Продолжая исследование планирования как компонента теоретического мышления в русле теории В.В. Давыдова, Е.И. Исаев описывает несколько способов построения планов действий, встречающихся у младших школьников. Исследователь отмечает, что около 10% младших школьников, участвующих в эксперименте, пользовались манипулятивным способом решения задачи, при котором отсутствует планирование собственных действий. Действия детей не связаны друг с другом, «непонимание собственного действия не дает возможности построить их систему» [20].

Большинство учащихся начальных классов (83%), отмечает исследователь, характеризуется эмпирическим способом планирования действий. Школьники получали результат путем пошаговых действий с объектами, при этом планирующие и исполнительные действия сменяли друг друга. Составленный ими план включал 2-3 логически связанные операции, при этом дети не были ориентированы на поиск оптимального варианта решения задачи.

У 7% младших школьников, участвующим в исследовании, был обнаружен теоретический способ планирования. Они составляли план действий без практических-предметных преобразований на основе рефлексии, связанной с созданием нескольких планов действий и их анализом. В ходе планирования дети осуществляли выбор оптимального плана действий [20].

Развитие умения планировать свои действия, делают вывод все ученые, происходит эффективнее при специальной организации обучения. Так, О.В. Кузнецова показывает в своем исследовании, что формирование действий планирования происходит в ходе выполнения заданий на составление плана деятельности, урока, решения задачи и т.д. При этом можно использовать такие приемы работы, как работа с деформированным планом, планом в виде рисунков, моделей действий; планирование по опорным словам; планирование урока по странице учебника и др. [29].

Л.С. Выготский отмечал еще одну особенность мышления младшего школьника, которая, на его взгляд, мешает развитию абстрактного мышления в этом возрасте. Он писал, что младший школьник «еще недостаточно осознает собственные мыслительные операции и поэтому не может в полной мере овладеть ими. Он еще мало способен к внутреннему наблюдению, к интроспекции. Только под давлением спора и возражений ребенок начинает пытаться оправдать свою мысль в глазах других и начинает наблюдать собственное мышление, т.е. искать и различать с помощью интроспекции мотивы, которые его ведут, и направление, которому он следует. Стараясь

подтвердить свою мысль в глазах других, он начинает подтверждать ее и для самого себя. В процессе приспособления к другим он познает самого себя» [9, с. 33].

Эти слова ученого показывают, что ученики начальных классов только начинают овладевать рефлексией, умением оценивать собственные действия, анализировать процесс своего мышления. Эти умения развиваются в ходе выполнения действий контроля и оценки, которые считаются важными компонентами учебной деятельности. И.В. Дубровина замечает, что лишь тогда, когда школьник умеет самостоятельно подробно объяснить, как он выполнял действие, что и зачем делал, становится возможным осознание смысла и содержания своих действий. Хорошо известно: когда человек объясняет что-то другому, он сам начинает лучше понимать материал. Поэтому в начале обучения какому-либо действию от ребенка следует требовать развернутого словесного объяснения всех операций [15].

Учителю рекомендуется постоянно задавать младшим школьникам вопросы о том, что они делают, почему так, а не иначе, почему это действие правильно, и т.д. Также можно использовать коллективную работу, когда один ученик в паре объясняет решение задачи, а второй, выполняя роль контролера, требует разъяснить каждый шаг решения.

В исследованиях Л.К. Максимова установлено, что число учащихся первых классов, правильно выполнивших задание на рефлексия, составляет 8%, в третьих классах оно увеличилось до 14%. На основании этого ученый сделал вывод о периоде перехода от эмпирического уровня математического мышления к теоретическому: эмпирический уровень математического мышления проявляется в более раннем возрасте [34].

В соответствии со степенью овладения мыслительными действиями А.И. Голиков выделяет три уровня развития математического мышления у детей младшего школьного возраста [10].

Низкий уровень – репродуктивный. Ребенок осуществляет неполный анализ, способен лишь установить единичные связи между данными, не

позволяющие решить задачу разными способами. Поиск решения выполняется без планирования, методом проб и ошибок. Задача решается лишь одним стандартным способом. Ученик не может выделить прием, который он использует в процессе решения, не может обобщить этот прием. Рефлексия – только по конечному результату.

Средний уровень – продуктивный. Ученик выполняет многосторонний, но не полный анализ. Выделяет существенные данные, устанавливает связи и причинно-следственные отношения. Планирование выполняет с трудом. Решает задачу с использованием отдельных эвристических приемов 2-3 способами. Рефлексия – по процессу решения задачи. Умеет выделить приемы, которые использует в процессе решения, осознает условия использования различных приемов решения.

Высокий уровень – творческий. Ученик решает задачу целенаправленно, осуществляет всесторонний полный анализ. Выделяет все исходные данные, устанавливает отношения и связи. При планировании одновременно использует несколько эвристических способов решения задачи. Рефлексия – по процессу решения и результату. Задачу решает нестандартными способами, может выделить приемы, которыми пользовался, и условия их применения [10, с. 73-74].

Многие исследователи (В.В. Давыдов, А.З. Зак, Л.К. Максимов, А.И. Голиков и др.) обращали внимание, что процесс развития математического мышления младших школьников определяется специально организованным методическим воздействием в ходе учебной деятельности. Необходимо, чтобы это методическое воздействие организовывалось на математическом материале, в максимальной степени помогающем развивать виды мышления, сензитивные по возрасту.

В частности, Д.Б. Эльконин и В.В. Давыдов в своей теории развивающего обучения поставили на первое место теоретическое (а не традиционно эмпирическое) знание и мышление и учебную деятельность. По их мнению, основная черта развивающего обучения – изменение позиции

ученика, который становится субъектом обучения в отличие от традиционного обучения, где он является объектом педагогических воздействий учителя.

Итак, в процессе учебной деятельности у учащихся начальных классов формируется, по определению В.В. Давыдова, «важное психологическое новообразование данного возраста – основы теоретического сознания и мышления и связанные с ними психические способности (рефлексии, анализа, планирования) [12, с. 150]. Усвоение учащимися математического материала в форме учебной деятельности ведет к развитию у них ключевых составляющих математического мышления: рефлексии, анализа и планирования содержательного характера.

1.4. Подходы к развитию математического мышления в различных образовательных программах

Овладение учащимися математическим мышлением заложено в федеральный государственный образовательный стандарт начального образования. В число метапредметных результатов освоения образовательной программы входят такие, как:

- овладение способностью принимать и сохранять цели и задачи учебной деятельности, поиска средств ее осуществления;
- формирование умения планировать, контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации; определять наиболее эффективные способы достижения результата;
- освоение начальных форм познавательной и личностной рефлексии;
- использование знаково-символических средств представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, схем решения учебных и практических задач;

- овладение логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации по родовидовым признакам, установления аналогий и причинно-следственных связей, построения рассуждений, отнесения к известным понятиям.

Таким образом, компоненты математического мышления – анализ, планирование и рефлексия – должны осваиваться младшими школьниками при обучении по любой программе. Однако подходы к их развитию в разных программах неодинаковы.

Основной целью развивающего обучения в системе Л.В. Занкова является оптимальное общее развитие ученика. Один из основополагающих принципов этой системы – обучение на высоком уровне трудности. Л.В. Занков поясняет, что речь здесь идет не о «превышении «средней нормы» трудности», а о трудности, заключающейся «в познании сущности изучаемых явлений, связей и зависимостей между ними» [19, с. 32]. Приведем пример влияния этого принципа при работе с заданиями на уроке математики. Для этого сравним два внешне похожих задания, данных при изучении состава числа 5 в учебнике М.И. Моро и др. (задание на с. 34 в учебнике 1 класса) и учебнике И.И. Аргинской и др. (задание № 33 в учебнике для 1 класса).

Задание в учебнике М.И. Моро: «В каждой строке рассмотри рисунок и записи слева и справа от него. Заполни пропуски».

Учителю предлагается рассмотреть с детьми различные способы образования числа 5 следующим образом: Сколько в верхнем ряду белых шариков на проволоке и сколько синих? Сколько всего здесь шариков? Прочитайте пример, записанный рядом. Как можно получить число 5? И т.д.

$$4 + 1 = 5$$

$$5 - 1 = \dots$$

$$\dots + \dots = 5$$

$$5 - 2 = \dots$$

$$\dots + \dots = 5$$

$$5 - 3 = \dots$$

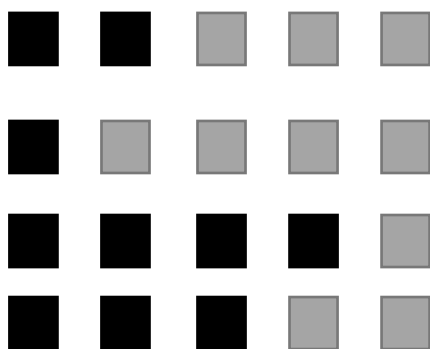
$$\dots \dots = 5$$

$$5 - 4 = \dots$$



Видно, что работа имеет репродуктивный характер: учитель задает конкретные вопросы к рисункам, предлагает рассмотреть образец записи и по нему заполнить пропуски в остальных строчках. Конечно, дети повторят состав числа 5, который большинству из них уже знаком, но развития математического мышления не произойдет.

Задание в учебнике И.И. Аргинской и др.: «Расскажи о рисунке всё, что ты заметил». На рисунке синие и красные квадраты. «К каждому ряду квадратов запиши сумму и ее значение».



Уже в формулировке задания заключается большое отличие. Вместо коротких вопросов перед учащимися поставлена общая проблема, связанная с умениями анализа, обобщения.

В.Т. Кудрявцев замечает, что система Л.В. Занкова направлена на преодоление ограничений принципа доступности, доминирующего в традиционной системе обучения, и ориентирует детей на познание «сущности явлений» [28].

Еще один ведущий принцип в системе Л.В. Занкова – ведущая роль теоретических знаний, который характеризуется выдвиганием на первый план «познавательной стороны обучения», как мощного средства развития учащихся. Л.В. Занков высказывал мнение, что «наглядно-образные представления нельзя признать ведущим компонентом мышления младшего школьника. Именно прогресс в области отвлечения и обобщения характеризует те изменения, которые происходят в мышлении на протяжении младшего школьного возраста [19, с. 36].

Посмотрим, например, как изучается тема «Сложение двузначных чисел» в учебнике И.И. Аргинской. На первом этапе главным является осознание общего принципа операции сложения натуральных чисел: поразрядность выполнения операции; использование таблицы сложения в любом разряде.

Сначала формируется наглядный образ данной операции. Через осознание практических действий, которые выполняют ученики для получения результата сложения двузначных чисел с помощью уже знакомой им модели – пучками-десятками и отдельными палочками, происходит первое знакомство с общими принципами [1].

Ключевым моментом осознания названных положений является перевод зрительного образа (действия с пучками и палочками) в знаковую запись. Дети анализируют и обсуждают то, что выполнено на наглядном уровне, выполняют запись:

$$23 + 35 = (20 + 3) + (30 + 5) = (20 + 30) + (3 + 5) = 50 + 8 = 58,$$

которая отражает основную идею поразрядного сложения чисел и является записью алгоритма его выполнения.

Практическая работа с пучками-десятками и отдельными палочками способствует осознанию возможности использования таблицы сложения не только для единиц, но и для десятков, а в дальнейшем и более высоких разрядных единиц.

На первых порах дети постоянно обращаются к подробной записи, затем происходит ее поэтапное свертывание и переход к записи сложения в столбик, где во взаимном расположении слагаемых и значения суммы в полной мере отражена идея поразрядности сложения.

В дальнейшем дети выясняют роль законов сложения как основы, которая позволяет выполнять операцию поразрядно, т.е. происходит углубление теоретического обоснования данного способа сложения. Также на уроках рассматриваются и сравниваются частные случаи сложения. Таким образом, процесс формирования вычислительных навыков опирается на теоретические знания.

Нужно сказать еще об одном дидактическом принципе системы Л.В. Занкова – принципе осознания процесса учения учащимися. По мнению И.И. Аргинской, «речь идет не только о понимании изучаемого материала, но и о причинах его изучения, о связях между различными вопросами программы по математике, связях математики с другими областями знаний, а также о механизме возникновения ошибок и их преодолении» [1]. Можно заметить, что принцип не нацелен на развитие у детей особых рефлексивных умений, как в развивающей системе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова.

В.В. Давыдов отмечает, что при обучении по системе Л.В. Занкова совершенствуется в первую очередь эмпирическое мышление. Однако во многих заданиях в учебниках математики заложена возможность для развития компонентов математического мышления [13].

Учебные программы по математике в системе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова построены на основе теории учебной деятельности. Особенность их в том, что они основаны на активно-исследовательском усвоении знаний и умений, творческом овладении генетическими истоками происхождения понятий, а не на репродуктивном обучении. Цель обучения – формирование математических понятий на основе содержательного обобщения. Причем овладение понятиями начинается с решения учебной задачи, а не с определения понятия. Далее решение одной задачи влечет за

собой решение другой. Основное содержание программы составляет понятие рационального числа, изучение которого начинается с анализа генетически исходного отношения для всех видов отношений. таким отношением, порождающим рациональное число, является отношение величин [46].

В образовательной системе «Школа России» авторами курса математики являются М.И. Моро, Г.В. Бельтюкова, С.И. Волкова, С.В. Степанова. Основу курса составляют представления о целых неотрицательных числах и арифметические действия с ними, а также прочное осознанное усвоение приемов устных и письменных вычислений. Также предусмотрено решение простых и составных текстовых задач, присутствуют задания на составление задач, преобразование решенной задачи и т.д. Следовательно, в данной программе реализуется обязательный минимум содержания образования.

В основе программы «Гармония» (автор Н.Б. Истомина) лежит то же содержание, что и в программе «Школа России», однако отличие заключается в методах обучения. Главная цель программы – обеспечение предметной подготовки учащихся, достаточной для продолжения математического образования в основной школе, и создание дидактических условий для овладения учащимися универсальными учебными действиями (личностными, познавательными, регулятивными, коммуникативными) в процессе усвоения предметного содержания.

В основу курса положена методическая концепция целенаправленного и систематического формирования приемов умственной деятельности: анализа и синтеза, сравнения, классификации, аналогии и обобщения в процессе усвоения математического содержания. Она позволяет реализовать на практике системно-деятельностный подход, нацеленный на такие компоненты учебной деятельности, как мотивация, учебная задача, способы её решения, самоконтроль и самооценка.

В учебниках используются вариативные по формулировке учебные задания (объясни, выбери, проверь, оцени, найди закономерность, сравни,

верно ли утверждение, наблюдай, догадайся, сделай вывод и т.д.), которые направляя школьников на выполнение различных видов деятельности, формируют тем самым умение действовать в соответствии с поставленной целью. Они заставляют детей анализировать объекты с целью выделения их существенных и несущественных признаков; выявлять их сходство и различие; проводить сравнение и классификацию по заданным или самостоятельно выделенным признакам (основаниям); устанавливать причинно-следственные связи; обобщать, т.е. осуществлять генерализацию для целого ряда единичных объектов на основе выделения сущностной связи [21].

Одной из задач курса математики по программе «Начальная школа XXI века» (автор В.Н. Рудницкая) является формирование основ логико-математического мышления. Авторы стремятся создать благоприятные условия для полноценного математического развития каждого ученика на уровне его возрастных возможностей. При составлении и реализации курса учитывается, что в начальной школе у детей начинают формироваться элементы учебной деятельности, возникает теоретическое мышление, развиваются способности рефлексии, анализа, мысленного планирования [45].

При этом на первых порах, как объясняет автор учебников, дети выполняют много практических упражнений, чтобы у них «накопился опыт практического выполнения не только сложения и вычитания, но и умножения и деления, что в дальнейшем существенно облегчит усвоение смысла этих действий» [45, с. 6]. В содержание программы включены элементы логики, теории графов, знакомство с понятиями о точном и приближенном значении величин, об осевой симметрии, некоторыми логико-математическими понятиями.

Таким образом, все рассмотренные программы по математике для начальной школы содержат материал для развития математического мышления учащихся. Однако целенаправленно эта работа ведется лишь в

системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова. Для развития математического мышления младших школьников по другим программам требуются дополнительные комплексы заданий и упражнений.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

2.1. Диагностика уровня развития математического мышления у младших школьников

Практический этап работы проводился в МАОУ лицей № 100 г. Екатеринбурга. В нем приняли участие 25 учащихся 2 класса. Класс обучается по программе «Гармония».

На данном этапе решались следующие задачи:

- Определить критерии развития математического мышления учащихся, подобрать диагностические методики.
- Провести диагностическое исследование уровня развития математического мышления учащихся второго класса.
- Составить комплекс заданий, направленный на развитие компонентов математического мышления учащихся и проверить его эффективность.

Диагностическая работа строилась на основе теоретического анализа психолого-педагогической литературы, программ школьного образования и учебников математики.

На основе выделенных А.И. Голиковым [10] уровней развития математического мышления у младших школьников были определены критерии и показатели его развития, представленные в таблице 1.

Таблица 1

Характеристика уровней развития математического мышления у учащихся

Критерии развития математического мышления	Уровни развития математического мышления		
	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Развитие аналитического компонента математического мышления	Учащийся осуществляет неполный анализ, устанавливает единичные связи между данными.	Учащийся выполняет многосторонний, но неполный анализ. Выделяет существенные данные и некоторые связи.	Учащийся выполняет полный и всесторонний анализ, вычленяет все исходные данные, устанавливает между ними отношения.
Развитие действия планирования (внутреннего плана действий)	Учащийся выполняет поиск решения методом проб и ошибок, без планирования.	Учащийся выполняет планирование с трудом, использует лишь отдельные эвристические приемы.	Учащийся одновременно использует несколько эвристических приемов в процессе планирования решения задачи.
Развитие рефлексивного компонента математического мышления	Учащийся не выделяет конкретный прием, который он использует в процессе поиска решения, рефлексия осуществляется только по конечному результату.	Учащийся осуществляет рефлексия по процессу решения задачи, может выделить конкретные приемы, которые использует в процессе поиска решения.	Учащийся осуществляет рефлексия по процессу и результату, умеет выделять конкретные приемы, которые использовались им в процессе поиска решения задачи.

Для исследования уровня развития компонентов математического мышления использовались следующие методики: для диагностики аналитического компонента математического мышления – методика

«Полоска», предложенная Л.И. Аршавиной [2]; для диагностики действия планирования – методика «Найди фигуру» (автор Л.И. Аршавина [2]); для диагностики действия рефлексии – методика «Анаграммы» (автор А.З. Зак [18]).

Описание методики «Полоски».

Каждый учащийся получает по три пары полосок разной длины. Две пары полосок разлинованы делениями одинаковой ширины, причем в первой паре число делений в «лишней» части полоски четное, а во второй паре – нечетное. Третья пара полосок не разлинована.

Ученики получают задание: «От большей полоски в каждой паре отрежьте такую часть, чтобы в результате добавления отрезанной части к меньшей полоске они стали одинаковыми».

Суть решения задачи состоит в том, что «лишнюю» часть каждой полоски можно представить в виде суммы двух одинаковых частей. Для осознания принципа решения ученикам надо отвлечься от предлагаемого им внешне способа подсчета делений, на которые разлинованы полоски (от эмпирического способа решения), применив теоретический способ: «лишнюю» часть полоски следует согнуть пополам.

Решения учащихся оцениваются определенным количеством баллов, определяющим уровень развития действия анализа:

1 балл (низкий уровень) – учащийся не может выделить принцип решения ни в одной задаче, долго не понимает инструкцию. Выделяет несущественные признаки в условии, поисковую деятельность осуществляет в предметном плане, верно решает одну задачу.

2 балла (средний уровень) – учащийся решает все задачи эмпирическим способом, поисковую деятельность осуществляет в предметном плане.

3 балла (высокий уровень) – самостоятельно находит принцип решения задач, поисковая деятельность осуществляется в умственном плане; или в ходе выполнения предметной деятельности приходит к теоретическому способу решения.

Описание методики «Найди фигуру».

Учащимся предлагают изображения 12 геометрических фигур (4 круга, 4 квадрата, 4 треугольника), различные по цвету и размеру. (Сначала следует убедиться, что дети знают эти фигуры и могут назвать признаки, которыми они отличаются друг от друга). Ученики должны определить задуманную учителем фигуру, задавая вопросы, на которые можно ответить только «да» или «нет». При этом надо задать как можно меньше вопросов.

Ответы учащихся оцениваются определенным количеством баллов, определяющим уровень развития действия планирования:

1 балл (низкий уровень) – учащийся действует методом проб и ошибок, задает 4 и более избыточных вопроса для решения.

2 балла (средний уровень) – учащийся задает 1-3 избыточных вопроса для решения, план действий составляет пошагово, без восприятия задачи в целом, при построении замысла ему требуется опора на реальные предметы.

3 балла (высокий уровень) – учащийся не задает избыточных вопросов, в процессе его решения четко выделяется исследовательская (протекает в уме) и исполнительская стадии. Предварительные поиски оптимального способа решения в уме завершаются выделением принципа решения, замысел реализуется без ошибок.

Описание методики «Анаграммы».

Учащимся предлагается решить анаграммы, т.е. прочитать слова с помощью перестановки букв:

1. е, р, о, м
2. ш, а, к, а
3. а, к, у, р
4. б, о, н, е
5. а, с, о, к
6. д, а, в, о

После выполнения задания учащиеся получали вопрос: «Как ты думаешь, есть ли среди этих заданий похожие?»

Ответы учащихся оцениваются определенным количеством баллов, определяющим уровень развития действия рефлексии:

1 балл (низкий уровень) – отсутствие рефлексии, учащийся не может классифицировать решения.

2 балла (средний уровень) – формальная рефлексия, учащийся при классификации задач ориентируется на сходство значений слов или на другие признаки, но не общий способ решения.

3 балла (высокий уровень) – содержательная рефлексия, учащийся правильно классифицирует задачи в соответствии с принципом их решения (одни слова нужно было читать в обратном порядке, в других – переставить слоги); объясняет основание классификации.

Уровень развития математического мышления учащихся определялся по сумме набранных баллов:

8-9 баллов – высокий уровень;

5-7 баллов – средний уровень;

1-4 балла – низкий уровень.

Результаты выполнения детьми заданий заносились в таблицу, представленную в приложении 1, и обобщены на диаграмме (рис. 1).

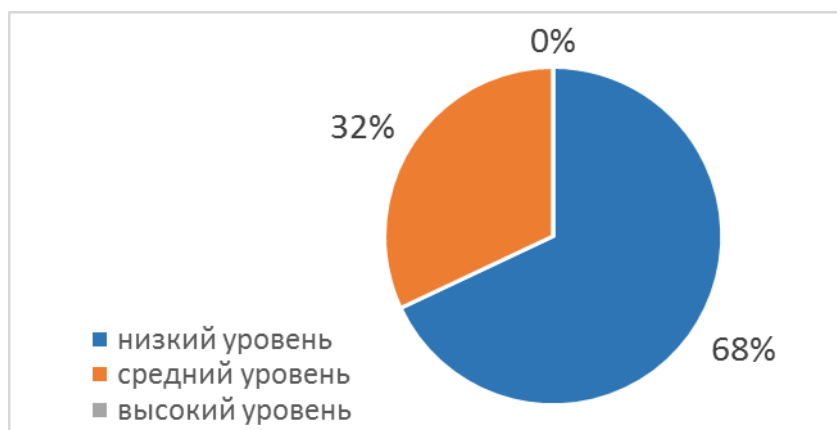


Рис. 1. Уровни развития математического мышления учащихся на начальном этапе опытно-поисковой работы

Анализ результатов диагностики позволил установить, что в классе нет учащихся с высоким уровнем развития математического мышления. 32% детей находятся на среднем уровне развития математического мышления.

Эти ученики выполняют многосторонний, но неполный анализ данных задачи, умеют выделять существенные данные и некоторые связи. Они выполняют планирование деятельности с трудом, используя отдельные эвристические приемы. Рефлексию они осуществляют по процессу решения, могут выделить конкретные приемы, использованные в решении.

68% второклассников на начальном этапе работы имели низкий уровень развития математического мышления, осуществляя неполный анализ данных, умея установить лишь единичные связи между данными. Действие планирования эти дети не выполняют, решая задачу методом проб и ошибок. Рефлексию осуществляют только по конечному результату, не могут выделить конкретный прием, лежащий в основе решения.

На рисунке 2 показана сравнительная диаграмма развития компонентов математического мышления учащихся.

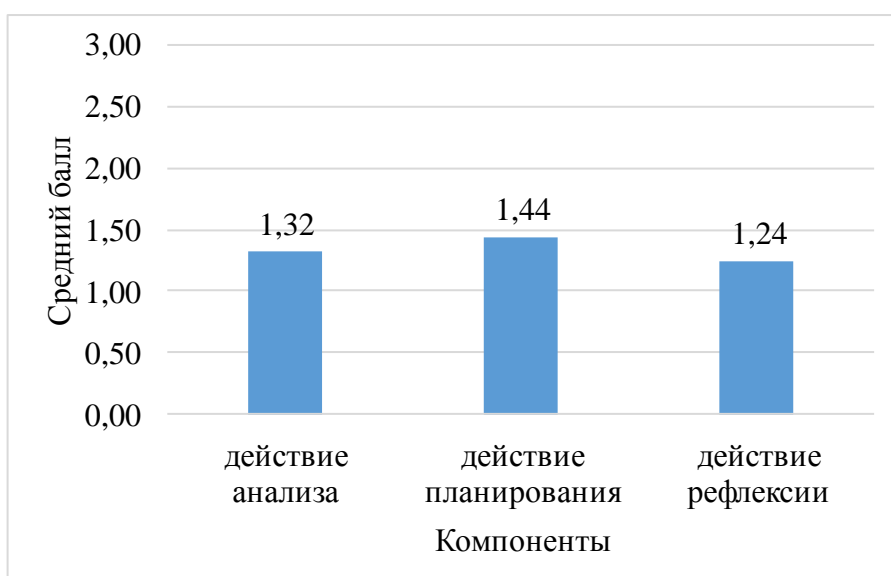


Рис. 2. Сравнительная диаграмма развития компонентов математического мышления учащихся на начальном этапе опытно-поисковой работы

На диаграмме можно увидеть, что все три компонента математического мышления учащихся на начальном этапе работы имели невысокий уровень развития. При этом уровень развития действия планирования был немного выше, чем других компонентов математического мышления.

Покажем, как распределялись уровни развития каждого компонента математического мышления. Следующая диаграмма (рис. 3) показывает уровни развития аналитического компонента математического мышления (действия анализа).

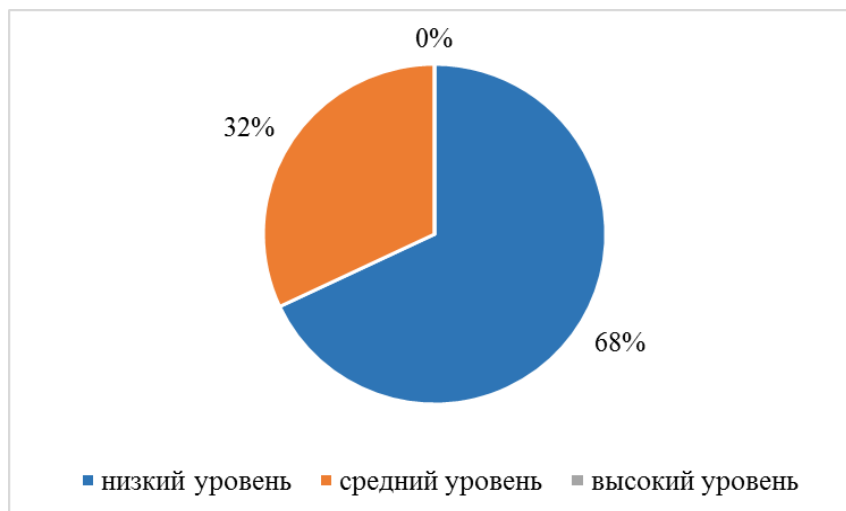


Рис. 3. Уровни развития у учащихся действия анализа на начальном этапе опытно-поисковой работы

68% учащихся класса находились на низком уровне развития действия анализа. Выполняя диагностическое задание, многие из них долго не могли понять инструкцию, затем совершали бесцельные действия с полосками. Большинство детей этой группы, в конце концов, замечали деления на полосках, пересчитывали число делений на «лишней» части полоски. Учащиеся с низким уровнем анализа решили только ту задачу, где было четное число делений в «лишней» части полоски. Несколько человек в классе не смогли справиться ни с одной задачей. Таким образом, эти ученики не смогли выделить существенные данные задачи и отношения между ними.

32% учащихся имели средний уровень действия анализа. Они решали 2 или 3 задачи эмпирическим способом. Чаще всего дети отрезали «лишнюю» часть полоски, а затем пытались уровнять полоски практическим путем. Один ребенок разрезал «лишнюю» часть по делениям и приставлял получившиеся части то к одной, то к другой полоске. Для той задачи, где число делений «лишней» части было выражено нечетным числом, он сумел

найти решение, разделив оставшуюся часть пополам. Задачу, где полоски не были разлинованы, ребенок решить не смог. Таким образом, учащиеся данной группы частично выделяют существенные данные задач и устанавливают отношения между ними.

На рисунке 4 показана диаграмма уровней развития действия планирования на начальном этапе работы.

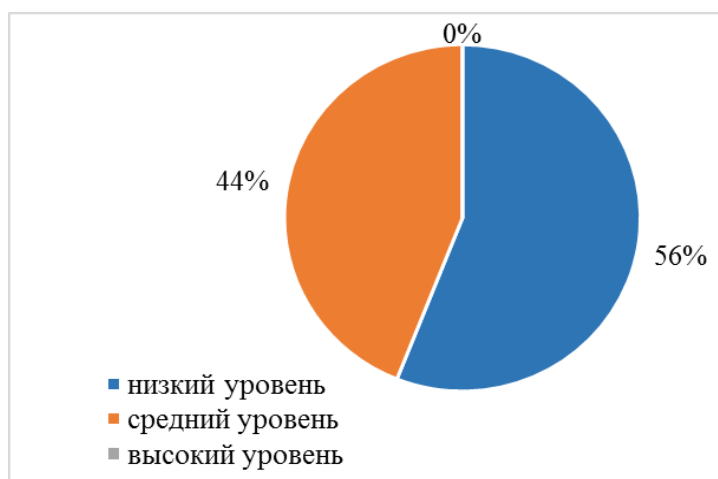


Рис. 4. Уровни развития действия планирования на начальном этапе опытно-поисковой работы

56% учащихся находились на низком уровне развития действия планирования. Задание они выполняли методом проб и ошибок. Некоторые ученики, задавая вопросы учителю, даже не запоминали их, повторяли один и тот же вопрос несколько раз. Большинство детей просто перебирали все возможные вопросы, не связывая их между собой. Следующий вопрос не вытекал из предыдущего и не становился основой последующего. Например, девочка спрашивала: «Это квадрат?», получала ответ: «Да». Следующий вопрос: «Это синяя фигура?», на него педагог ответил: «Нет». Затем следует вопрос: «Это треугольник?». Учащиеся этой группы в основном справились с заданием, задав при этом много избыточных вопросов.

44% учащихся имели средний уровень развития действия планирования. Некоторые из них, задав 2-3 вопроса педагогу, начинают устанавливать связь между своими вопросами и быстро выполняют задание. Другие напротив, начав задавать вопросы по плану, затем сбиваются с него:

«Это круг?» – «Нет»; «Это квадрат?» – «Да»; «Это треугольник?». Педагог останавливается и спрашивает: «Если я сейчас отвечу «Нет», что ты спросишь дальше?». «Я спрошу: «Это синяя фигура?», – отвечает девочка. Все это показывает, что дети со средним уровнем развития действия планирования составляют план действий пошагово, не воспринимая задачу в целом.

Следующая диаграмма (рис. 5) показывает уровни развития действия рефлексии на начальном этапе работы.

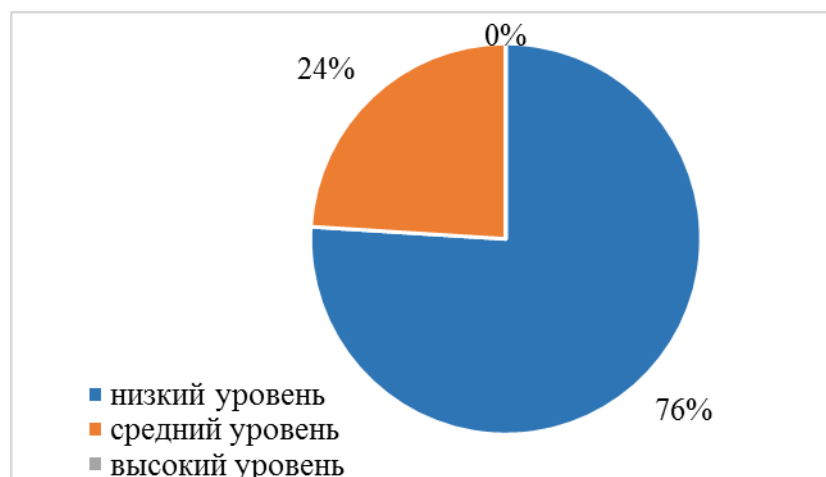


Рис. 4. Уровни развития действия рефлексии у учащихся на начальном этапе опытно-поисковой работы

76% учащихся находились на низком уровне развития действия рефлексии. Эти дети решали анаграммы случайным образом. Одни задания выполняли быстро, другие – с затруднениями, с третьими не могли справиться. В этой группе были дети, которые справились со всеми анаграммами. Однако приемы выполнения заданий эти второклассники не осознавали. Отвечая на вопрос: «На сколько групп можно разделить эти задачи?», они отвечали: «Ни на сколько – здесь все слова разные» или «Здесь нет групп».

24% учащихся находились на среднем уровне развития действия рефлексии. Они частично осознавали приемы, которые использовались для решения задач. Некоторые из них заметили, что в отдельных заданиях правильный ответ получается, когда буквы читаются справа налево. Однако

классифицировать задачи они пытались по значению слов или количеству букв в слове.

В классе был один ребенок, развитие действия рефлексии у которого близко к высокому уровню. Мальчик, решив первую анаграмму, обращает внимание, что читать буквы надо в обратном порядке, даже показывает направление рукой. В следующем задании пытается применить тот же способ, но ничего не получается. Подумав некоторое время, он догадался, какое слово зашифровано. Затем обратил внимание, что здесь нужно было поменять местами слоги. К третьему заданию мальчик пробует применить этот способ, но, понимая, что здесь он не подходит, читает слово справа налево. Ребенок справился со всеми заданиями, но в шестом слове так и не смог установить прием выполнения задания. Получив вопрос: «На сколько групп можно разделить эти задачи?», он отвечает: «Если бы не последнее слово, можно было бы разделить на две группы». Результат этого ученика был оценен двумя баллами, однако его ответы наглядно показывают, как размышляет ребенок, обладающий содержательной рефлексией.

Таким образом, результаты диагностики развития математического мышления второклассников на начальном этапе опытно-поисковой работы показали недостаточный уровень развития всех его компонентов. Поэтому была поставлена задача определить и создать условия для развития действий анализа, планирования и рефлексии на уроках математики.

2.2. Опыт развития математического мышления младших школьников в процессе обучения математике

По словам Л.К. Максимова, сущность понятия «условие» в педагогическом аспекте можно определить как совокупность причин, обстоятельств, каких-либо объектов, влияющую на развитие, воспитание и обучение человека, и способную ускорять или замедлять процессы развития [33].

Для развития математического мышления учащихся второго класса на уроках математики были созданы следующие условия:

- использование на всех этапах урока частично-поисковых заданий, требующих от школьников активной мыслительной деятельности и самостоятельности в выборе способа действия;
- разработка и внедрение комплекса упражнений, направленного на развитие компонентов математического мышления: анализа, планирования и рефлексии.

Покажем, как использовались задания частично-поискового характера на различных этапах уроков.

Например, на этапе проверки домашнего задания. Учащиеся выполняли дома задание № 7 (учебник математики Н.Б. Истоминой, 2 класс, 1 часть): «Запиши числа в порядке убывания: 32, 45, 27, 83, 0, 9, 23».

На уроке учитель предлагает детям в каждом числе, записанном в ряду, поменять местами цифры, стоящие в разрядах единиц и десятков, где это возможно, а затем прочитать полученные числа. Если ученики верно выполнили домашнее задание, то должны получить такой ряд: 0, 8, 61, 2, 63, 83, 45, 27.

При выполнении задания ученикам придется не просто рассмотреть соответствие собственных действий условиям задачи, но и проанализировать данные новой задачи, столкнувшись с трудностями при преобразовании чисел 0, 8, 20. Итак, это задание дает возможность учащимся развивать действия анализа и рефлексии.

На этапе совершенствования знаний дети самостоятельно выполняли задание № 19 из ТПО № 1 (тетрадь с печатной основой): «Дополни отрезок АЕ до 1 дм и впиши в «окошки» длины полученных отрезков».

При проверке самостоятельной работы учитель уточнял последовательность действий учащихся, для чего задавал детям следующие вопросы: – С чего вы начинали выполнять задание? (Сначала измеряли длину

отрезка АЕ.) – Как действовали дальше? (Записали результат в первое окошко.) И т.д.

В результате беседы на доске был записан план выполнения задания:

- 1) измерить длину отрезка АЕ;
- 2) записать результат измерения в первое окошко;
- 3) найти длину отрезка, которым нужно дополнить отрезок АЕ до 1 дм;
- 4) отложить этот отрезок от точки Е на луче;
- 5) обозначить конец отрезка буквой;
- 6) вписать длину другого отрезка во второе окошко.

Это и подобные упражнения помогали развивать действия планирования у второклассников.

Покажем ход этапов подготовки к усвоению нового материала и знакомства с новым материалом с использованием частично-поисковых заданий.

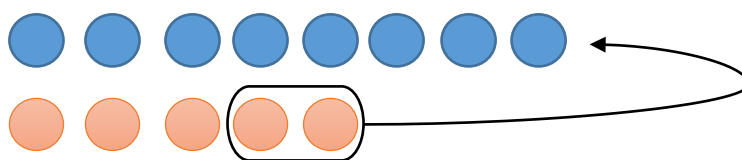
На уроке рассматривается прием сложения двузначных чисел с переходом в другой разряд. Учитель предлагает для самостоятельной работы задания учебника 112, 113, 114. Задание: «Выбери выражения, значения которых ты можешь вычислить, запиши равенства», с одной стороны, выполняет функцию контроля ранее усвоенных знаний, с другой стороны, дает возможность постановки проблемы: сложение однозначных чисел с переходом в другой разряд.

При выполнении следующего задания: «Запиши три суммы двух однозначных чисел, значения которых равны двузначному числу» большинство учеников записали суммы, используя знание состава числа 10 ($2 + 8$; $3 + 7$ и т.д.). На некоторые дети записали и такие равенства: $4 + 8 = 12$ и т.д.

Задание «Выбери выражения, значения которых больше числа 10» учащиеся выполняли в парах. Вычислять значения выражений здесь не надо, но требуется проанализировать признаки равенств двух однозначных чисел.

При проверке результатов самостоятельной работы ученики записали на доску выражения, вычисление значений которых вызвало у них трудности: $8+7$; $9+5$; $6+5$; $5+7$ и др. «Чем похожи эти выражения?», – задал вопрос учитель. Дети назвали несколько признаков, по которым эти выражения похожи (есть знак $+$; два слагаемых; слагаемые выражены однозначными числами; не записаны ответы). Только после наводящего вопроса учителя: «Почему вычислить значения этих выражений для вас было сложно?» дети назвали еще признак: значения выражений больше 10. Подводя итог беседы, учитель сформулировал учебную задачу: научиться складывать однозначные числа с переходом в другой разряд.

Установление соответствия между предметными и символическими моделями использовалось в качестве основного метода формирования вычислительных умений. Детям предлагалось задание: «Дополни синие круги красными до 10. Объясни, что обозначают выражения: $8+2+3$; $8+5$ » и следующий рисунок, анализируя которых учащиеся осознавали возможность замены числом 5 суммы двух чисел (2 и 3) в первом выражении.



Тем самым, ученики усваивали две основные операции, входящие в вычислительный прием. На этом этапе учитель организовал работу так, чтобы дети проговаривали действия, которые выполняют с моделями. Сначала педагог помогал учащимся вопросами: «Что обозначает в первом выражении число 8?» (Число 8 обозначает количество кругов в первом ряду.) – «Что обозначает число 2?» (Оно обозначает, что к 8 кругам первого ряда прибавили 2 круга из второго ряда.) – «Почему сначала добавили именно 2 круга?» (Дополнили число 8 до 10, чтобы было легко считать.) – «Что

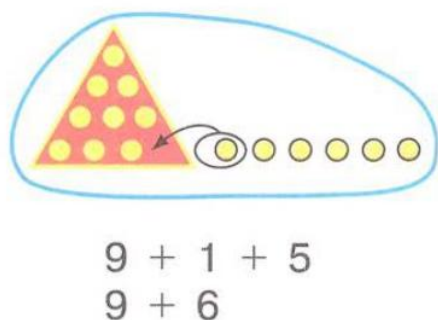
сделали потом?» (Потом к 10 кругам добавили 3 оставшихся, получилось 13 кругов.)

Таким образом, выполненные поисковые задания развивали действия анализа, планирования и рефлексии у второклассников.

На этапе первичного закрепления вычислительного приема учащиеся выполняли следующие задания.

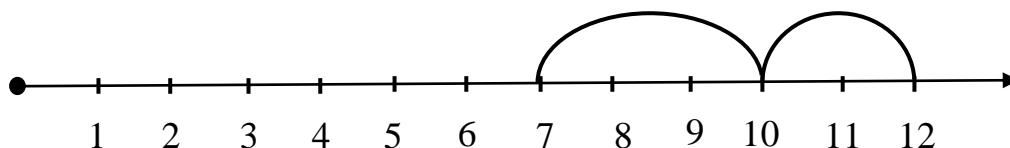
1. Какому рисунку соответствует каждое выражение: $7 + 3 + 3$; $8 + 2 + 2$; $6 + 4 + 1$; $6 + 4 + 2$. (Далее даны рисунки, подобные показанному выше.)

2. Что обозначает каждое число в выражениях, записанных под рисунками? (Даны несколько рисунков, подобных представленному ниже.)



Для выполнения заданий детям необходимо было проанализировать каждый рисунок и соотнести его с выражениями. Учитель акцентировал внимание учащихся не только на составе числа 10, но и на количестве кругов вне треугольников. Дополняя число кругов в треугольнике до 10, второклассники получали предметную модель разрядного состава двузначного числа (1 дес. 4 ед. и т.д.) и находили устно значения выражений.

3. Запиши выражение, соответствующее рисунку на числовом луче. (Даны несколько подобных рисунков.)



Пользуясь числовым лучом, найди значения выражений: $7 + 5$; $9 + 4$; $8 + 6$; $3 + 9$.

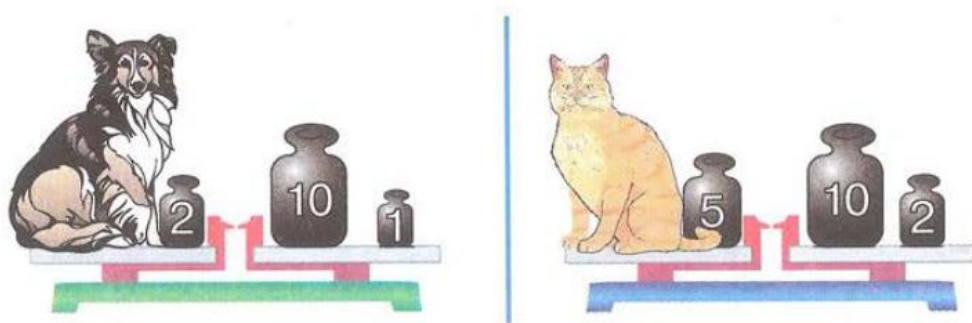
Пользуясь числовым лучом, ученики самостоятельно записывают выражения из трех слагаемых и находят их значения: $7 + 3 + 2 = 12$ и т.д.

Так, на этапе первичного закрепления материала у учащихся развивались действия анализа, планирования.

На данном уроке четко просматриваются этапы формирования нового вычислительного приема: постановка цели деятельности, осознание схемы ориентировочной основы, выполнение действий в материализованной форме, затем – в плане громкой речи и внутренней речи.

Представим еще несколько частично-поисковых заданий, выполненных на уроках.

Детям предлагался рисунок и задание к нему: Найди массу собаки и массу кошки.



В ходе беседы составлялся план действий: – Что нужно найти сначала? (Массу гирь на правой чашке весов.) – Весы в равновесии, значит, чему равна масса собаки и гири на левой чашке весов? (11 кг.) – Как найти массу собаки? (Из 11 кг вычесть массу гири – 2 кг.)

На доске записали план выполнения задания:

1. найди массу гирь на правой чашке весов;
2. определи массу предметов на левой чашке весов;
3. найди массу собаки (кошки).

Данное задание проблемного характера позволяло развивать действия анализа и планирования.

Учащимся предлагалось найти значения выражений: $10 - 4$; $9 - 6$; $8 - 3$; $7 - 4$; $11 - 5$; $11 - 7$ и т.д. Затем нужно было, используя каждое полученное

равенство, составить два других, применяя правила: «Если из уменьшаемого вычесть значение разности, то получится вычитаемое», «Если к значению разности прибавить вычитаемое, то получится уменьшаемое.»

Читая полученные равенства, дети повторяли названия компонентов и результатов действий сложения и вычитания, однако задание не только давало возможность в ходе практической работы усвоить правила и названия компонентов действий. Выполнение такого задания позволяло развивать действия анализа и рефлексии.

Таким образом, использование на уроках математики поисковых заданий развивало компоненты математического мышления учащихся. Для достижения этой цели был составлен и реализован комплекс упражнений, направленный на развитие математического мышления. При составлении комплекса использовались задачи из различных работ А.З. Зака, книги Т.Н. Образцовой «Логические игры для детей» и материалов интернета. Приведем примеры упражнений этого комплекса.

Для развития умения анализировать использовались задания на сопоставление, смысл которых заключается в поиске одинакового и разного у предложенных предметов. Чтобы справиться с такими заданиями, ученику нужно произвести разбор условий, внимательно рассмотреть содержание задачи.

Например, в игре «Одинаковое – разное, у двух» по данным рисункам можно задать большое количество вопросов для анализа. На рисунке представлено 15 портфелей, отличающихся тремя признаками: ручкой, замком и формой. (Приложение 2.) Учитель задает вопросы:

У какого портфеля, 2 или 5, замок, как у портфеля 1 (2, 8 ...)?

У какого портфеля, 1 или 3, ручка, как у портфеля 2 (7, 8 ...)?

У какого портфеля, 7 или 4, форма, как у портфеля 1?

У какого портфеля, 9 или 10, ручка и замок, как у портфеля 3?

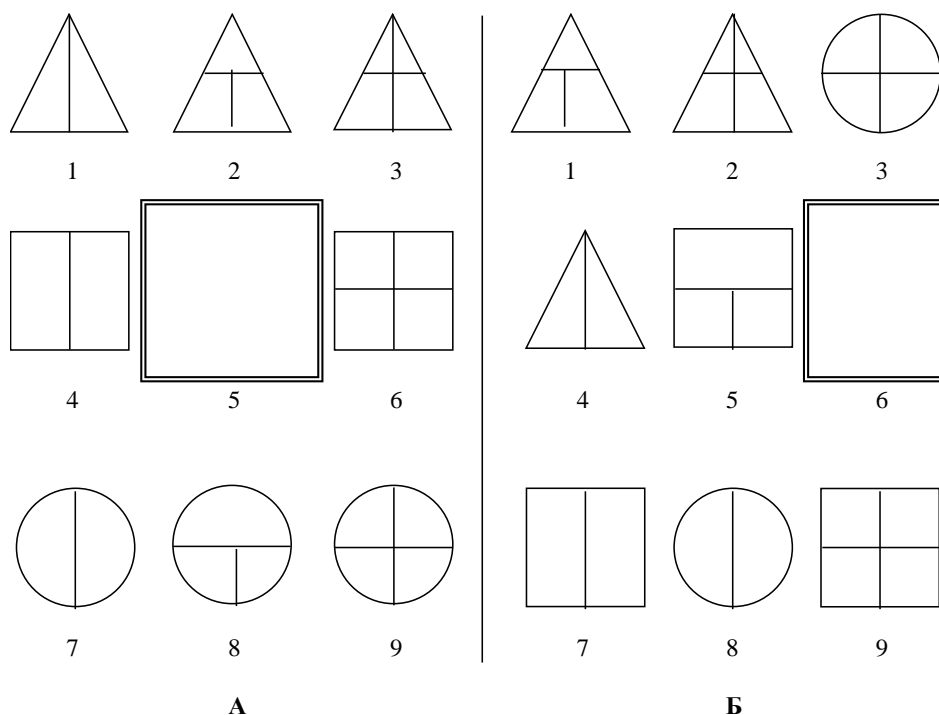
У какого портфеля, 7 или 9, форма и ручка, как у портфеля 10?

У какого портфеля, 4 или 13, форма, не как у портфеля 1?

У какого портфеля, 10 или 11, ручка и замок, не как у портфеля 2?

Сколько из портфелей 5, 6, 7, 8, 9 имеют ручку, не как у портфеля 4? И т.д.

Также составлялись разнообразные задания для игры «Найди девятый». Например, такое задание.



Здесь на основе анализа восьми имеющихся изображений учащиеся должны сформулировать характеристика недостающего изображения. Причем в наборе фигур А необходимо провести анализ лишь соседних с недостающим изображений. В наборе фигур Б нужно провести анализ особенностей всех имеющихся изображений, а не только соседних с недостающим. Это, с одной стороны, осложняло поиск решения, с другой стороны, делало его более интересным и полезным.

Для обучения планированию подбирались задания, в которых необходимо определить этапы получения результата, последовательность действий для достижения цели. Хорошо подходят различные игры с перемещениями, например, «Шаги», «Прыжки», «Перестановки» и др. (Приложение 2). Эти игры сначала проводились в простых вариантах, постепенно усложнялись.

Например, покажем несколько вариантов игры «Шаги»

П	П П	П П П	2	22
•	••	△	△△	△△△
○	○○	∥	∥∥	⌒
↑↑↑	↑	↑↑	□	□□
Т	У	◇	И	Е

Однажды утка попала в волшебный квадрат, по клеткам которого ей захотелось попутешествовать. Передвигаться по волшебному квадрату можно только в соседние клетки и делать прямые шаги \rightarrow , \downarrow и косые шаги \swarrow , \searrow .

Сначала утка оказалась в клетке с одной точкой. Потом она сделала шаг и попала в клетку с двумя точками. Какой она сделала шаг – прямой или косой?

Как утка попала из клетки с флажком в клетку с треугольником: двумя шагами прямо или шагами прямо и наискось?

Как утка попала из клетки с одной точкой в клетку с одной стрелкой: шагами наискось и прямо или двумя шагами наискось?

Как утка попала из клетки с флажком в клетку с треугольником: двумя шагами прямо или шагами прямо и наискось?

Как утка попала из клетки с одной стрелкой в клетку с тремя флажками: шагами наискось, прямо и наискось или тремя шагами наискось?

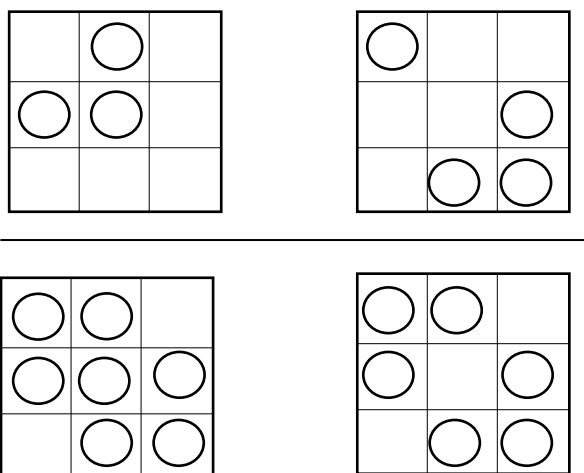
Для развития рефлексии у детей были подобраны задания, где необходимо осмысление собственных действий, выяснение их оснований. В рамках математического мышления этими основаниями являются существенные отношения математических объектов, на основе которых строятся задачи. Рефлексия поэтому тесно связана с анализом. Один из

способов ее развития – составление задач, аналогичных данной по способу решения.

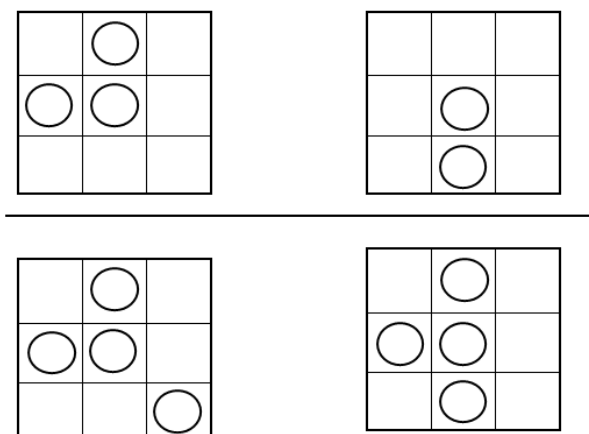
Например, учащимся сначала предлагалось решить два задания в игре «Просвет».

Представьте, что эти квадраты с клетками нарисованы на прозрачных стеклышках. Сколько кружков мы увидим, если наложим одно стеклышко на другое? Выберите из двух квадратов под линией тот, который правильно изображает рисунок при наложении.

Первой учащимся предлагали задачу, где все кружки нарисованы в разных клетках квадратов. Чтобы решить такую задачу, необходимо просто сложить все имеющиеся кружки на один квадрат.



Затем ученики решают задачу, где некоторые кружки расположены в одинаковых частях квадратов. Чтобы решить эту задачу, нужно заметить кружки в одинаковых клетках квадратов.



После выполнения двух типов заданий детям предлагалось составить аналогичные задачи для первого и второго задания.

Также учащиеся выполняли задания на группировку решенных задач, которая также требует осмысления способа решения. Например, решались три задачи на перестановку: Как из первого ряда букв можно получить второй в два действия? Действовать нужно по такому правилу: одним действием считается одновременная перестановка любых двух букв.

1. ВГЛЖ \rightarrow ГВЖЛ
2. РСЧП \rightarrow ЧПРС
3. ШТФБ \rightarrow ТШБФ

Затем нужно выбрать одно из пяти мнений о задачах и обосновать его:

1. Все задачи похожи.
2. Все задачи разные.
3. Первая и вторая задачи похожи, а третья от них отличается.
4. Вторая и третья задачи похожи, а первая от них отличается.
5. Первая и третья задачи похожи, а вторая от них отличается.

На развитие действия рефлексии были направлены задания, предполагающие предварительное обсуждение способов решения задачи, комментирование решения, сопоставление задач, преобразование решенных задач.

Полностью комплекс упражнений представлен в приложении 2.

Работа по развитию математического мышления второклассников проводилась в течение пяти месяцев. Затем была повторно проведена диагностика. Результаты диагностики представлены в приложении 3 и в обобщенном виде показаны на диаграмме (рис 5.).

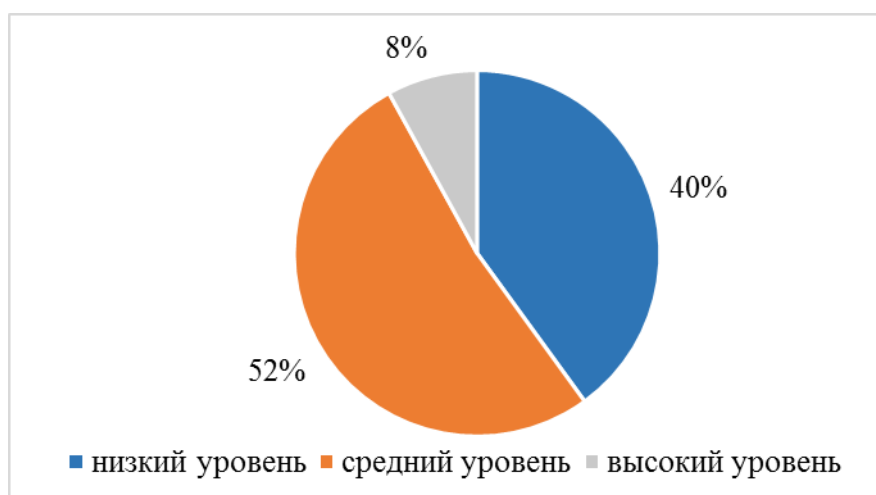


Рис. 5. Уровни развития математического мышления учащихся на заключительном этапе опытно-поисковой работы

На рисунке 6 показана сравнительная диаграмма уровней развития математического мышления учащихся.

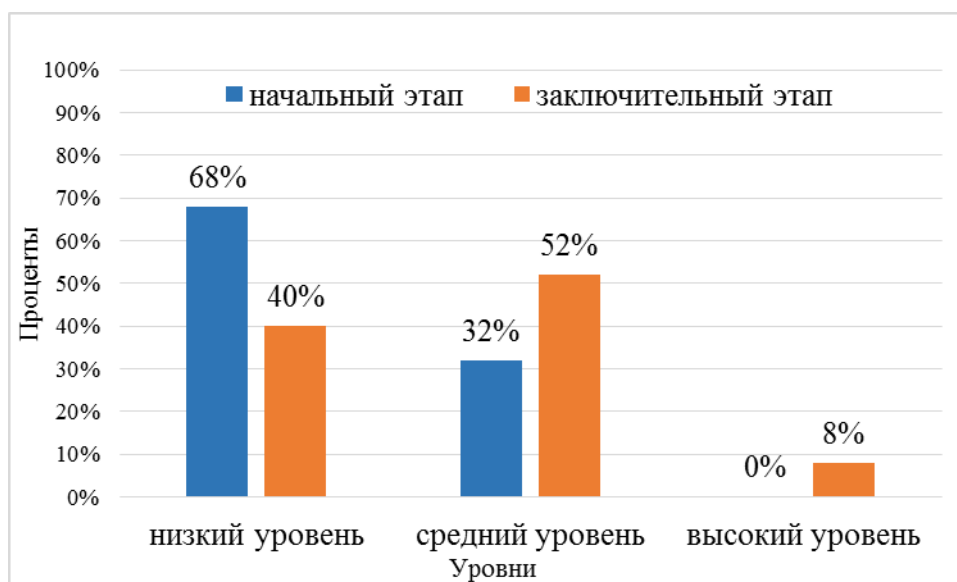


Рис. 6. Динамика развития математического мышления учащихся 2 класса

Итак, количество второклассников с низким уровнем математического мышления уменьшилось на 28%, со средним уровнем – увеличилось на 20%. 8% учащихся теперь имеют высокий уровень развития математического мышления.

Дети с высоким уровнем развития математического мышления выполняют полный анализ условия задачи, устанавливая связи между данными. Один ученик выполнял анализ задачи полностью в умственном

плане, затем сразу показал способ решения на всех полосках. Другой ученик пришел к решению в ходе предметной деятельности: получив решение практическим делением «лишней» части полоски пополам в первом случае, он легко перенес способ решения на другие случаи.

Учащиеся этой группы выполняют в уме действие планирования, при выборе фигуры не задают избыточных вопросов. Они правильно классифицируют задачи в соответствии с принципом их решения, причем один из учащихся разделил слова на две группы, не дожидаясь вопроса учителя. (Вот в этих надо прочитать в другом порядке, а в других надо переставлять, и все получится.)

На 20% увеличилось количество учащихся со средним уровнем развития математического мышления. Эти дети научились выполнять анализ задачи, решая ее эмпирическим путем. При выборе фигуры задают 1-2 избыточных вопроса, но уже составляют план действий, частично делая это в уме. Рефлексию выполняют, но чаще формально. Например, классифицируют слова по их значению (все о природе – в одну группу).

Учеников с низким уровнем развития математического мышления в классе стало меньше на 28%. Но многие дети, оставаясь на низком уровне развития математического мышления, показали лучшие результаты. Некоторые из них при решении задач с полосками сумели эмпирическим способом справиться с двумя задачами. Другие предложили определенный способ классификации слов.

Таким образом, продвижение в развитии можно проследить у учащихся все групп: с высоким, средним и низким уровнем развития математического мышления.

Динамику развития каждого компонента математического мышления можно проследить на следующей диаграмме (рис. 7).

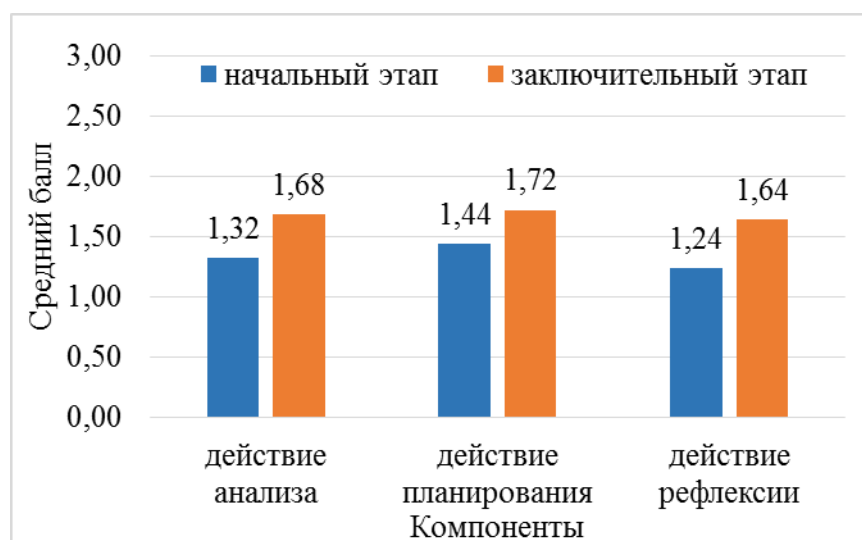


Рис. 7. Динамика развития компонентов математического мышления учащихся 2 класса

Положительная динамика прослеживается в развитии всех компонентов математического мышления. Однако более быстрыми темпами развивалась рефлексия.

Таким образом, можно сделать вывод об эффективности созданных условий для развития математического мышления учащихся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На современном этапе развития общества каждому человеку необходимо умение анализировать факты, самостоятельно принимать решения, прогнозировать последствия своей деятельности. Все эти качества связаны с развитием математического мышления.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил определить мышление как познавательный психический процесс; опосредованное – основанное на раскрытии связей, отношений, опосредований – и обобщённое познание объективной реальности. Он осуществляется с помощью мыслительных операций сравнения, анализа, синтеза, абстракции, обобщения, конкретизации. Выделяются три основные формы мышления: понятие, суждение и умозаключение. Существуют три основных типа мышления: наглядно-действенное, наглядно-образное и абстрактное, или словесно-логическое.

Единое определение понятия математического мышления в литературе на сегодняшний день отсутствует. Такие исследователи, как Р.А. Атаханов, Л.К. Максимов, В.В. Давыдов, А.И. Голиков, считают, что математическое мышление является теоретическим мышлением и обладает рядом специфических особенностей.

В данном исследовании мы опирались на определение, данное Л.А. Сазоновой: математическое мышление – это «особый вид теоретического мышления, специфический процесс отражения объективной реальности, осуществляемый на основе математических понятий и суждений, пространственных представлений, обобщений».

В структуру математического мышления входят теоретический (содержательный) анализ, планирование и рефлексия.

Анализ программ по математике для начальной школы позволил установить, что все рассмотренные программы содержат материал для развития математического мышления учащихся. Однако целенаправленно эта

работа ведется лишь в системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова. Для развития математического мышления младших школьников по другим программам требуются дополнительные комплексы заданий и упражнений.

Для исследования уровня развития математического мышления у учащихся 2 класса МАОУ лицей № 100 были определены критерии, уровни его развития, подобраны диагностические методики. Диагностика на начальном этапе опытно-поисковой работы показала недостаточный уровень развития всех компонентов математического мышления.

Далее были спроектированы и реализованы в практической деятельности условия развития математического мышления младших школьников: на уроках использовались частично-поисковые задания, требующие от школьников активной мыслительной деятельности и самостоятельности в выборе способа действия; разработан и внедрен комплекс упражнений, направленный на развитие компонентов математического мышления: анализа, планирования и рефлексии.

Повторная диагностика на заключительном этапе опытно-поисковой работы показала, что уровень развития компонентов математического мышления вырос. Таким образом, созданные условия оказались эффективными для развития математического мышления младших школьников.

Цель, поставленная в работе, достигнута; задачи решены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аргинская, И. И. Особенности обучения младших школьников математике [Электронный ресурс]. / И. И. Аргинская // Начальная школа И.Д. «Первое сентября». URL: <http://nsc.1september.ru/article.php?ID=200501703> (дата обращения 22.06.2017).
2. Аршавина, Л. И. Развитие аналитических компонентов мышления у младших школьников при различных типах обучения [Текст]: автореф. дис. ... канд. психол. наук: 19.00.07 / Л. И. Аршавина; Киев. гос. ун-т. – Киев, 1982. – 18 с.
3. Атаханов, Р. А. К диагностике развития математического мышления [Текст] / Р. А. Атаханов // Вопросы психологии. – 1992. – № 1-2. – С. 60-67.
4. Атаханов, Р. А. Соотношение общих закономерностей мышления и математического мышления [Текст] / Р.А. Атаханов // Вопросы психологии. – 1995. – № 5. – С. 41-51.
5. Атаханов, Р. А. Уровни развития математического мышления [Текст] / Р. А. Атаханов / под ред. В. В. Давыдова. – Душанбе, 1993. – 174 с.
6. Бабанский, Ю. К. Проблема оптимизации процесса обучения математике [Текст] / Ю. К. Бабанский, В. Ф. Харковская // Изучение возможностей школьников в усвоении математике. – М.: Просвещение, 1977. – С.3-28.
7. Вейль, Г. Математическое мышление [Текст]: Пер. с англ. и нем. / Г. Вейль. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
8. Воронина, Л. В. Развитие младших школьников в процессе формирования у них математической культуры [Текст] / Л. В. Воронина // Начальная школа плюс до и после. – 2014. – № 1. – С. 51-57.
9. Выготский, Л. С. Педология подростка Л. С. Выготский // Собрание сочинений: в 6 т. / гл. ред. А. В. Запорожец. – М.: Педагогика, 1984. – Т. 4. – 433 с.

10. Голиков, А. И. Теория и методика математического развития младших школьников в учебной деятельности [Текст]: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / А. И. Голиков; МГУ. – М., 2008. – 357 с.
11. Гусев, В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы [Текст] / В. А. Гусев. – М.: БИНОМ, 2013. – 456 с.
12. Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования [Текст] / В. В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.
13. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения [Текст] / В. В. Давыдов. – М.: ИНТОР, 1996. – 544 с.
14. Демидова, Т. Е. Формирование умений самоконтроля у младших школьников на уроках математики [Текст] / Т. Е. Демидова, И. Н. Чижевская // Начальная школа плюс до и после. – 2013. – № 10. – С. 10-16.
15. Дубровина, И. В. Психология [Текст] / И. В. Дубровина, Е. Е. Данилова, А. М. Прихожан / под ред. И. В. Дубровиной. – М.: Академия, 2003. – 460 с.
16. Зак, А. З. Интеллектика. Систематический курс развития мыслительных способностей учащихся 1-4 классов [Текст]: кн. для учителя / А. З. Зак. – М.: Интеллект-Центр, 2002. – 408 с.
17. Зак, А. З. К вопросу о развитии мышления у школьников [Текст] / А. З. Зак // Психологические проблемы учебной деятельности школьника / Под ред. В. В. Давыдова. – М.: Советская Россия, 1977. – С. 253-260.
18. Зак, А. З. Как определить уровень развития мышления школьника [Текст] / А. З. Зак. – М.: Знание, 1982. – 96 с.
19. Занков, Л. В. Дидактика и жизнь [Текст] / А. В. Занков. – М.: Просвещение, 1968. – 176 с.
20. Исаев, Е. И. Психологическая характеристика способов планирования у младших школьников [Текст] / Е. И. Исаев // Вопросы психологии. – 1984. – № 2. – С. 52-60.

21. Истомина, Н. Б. Уроки математики [Текст]: метод. реком. / Н. Б. Истомина, З. Б. Редько, Е. С. Немкина, Н. Б. Тихонова. – Смоленск: Ассоциация XXI век, 2014. – 268 с.

22. Козлова, С. А. Универсальные учебные действия как основа для формирования предметных математических умений и производная от них [Текст] / С. А. Козлова // Начальная школа плюс до и после. – 2013. – № 10. – С. 3-10.

23. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике [Текст] / Ю. М. Колягин. – М.: Просвещение, 1977. – 144 с.

24. Колягин, Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика [Текст]: учеб. пособие / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский, Г. Я. Луканкин. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.

25. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]: распоряжение Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

26. Крутецкий, В. А. Психология [Текст]: учебник для вузов / В. А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1980. – 352 с.

27. Крутецкий, В. А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В. А. Крутецкий. – М.: Издательство «Институт практической психологии», 1998. – 416 с.

28. Кудрявцев, В. Т. О различиях систем развивающего обучения Д. Б. Эльконина – В. В. Давыдова и Л. В. Занкова [Электронный ресурс]. URL: <http://tovievich.ru/news/7711-vtkudryavcev-o-razlichiyah-sistem-razvivayuschego-obucheniya-db-elkonina-vv-davydova-i-lv-zankova.html> (дата обращения 22.06.2017).

29. Кузнецова, О. В. Формирование регулятивных универсальных учебных действий младших школьников в процессе обучения [Текст]: дис. ...

канд. пед. наук: 13.00.01 / О. В. Кузнецова; Ярослав. гос. пед. ун-т. – Ярославль, 2015. – 282 с.

30. Лосев, А. Ф. Жизнь [Текст] / А. Ф. Лосев. СПб. Издательство АО Комплект, 1993. – 540 с.

31. Майер, Н. Мышление человека [Текст] / Н. Майер // Психология мышления: сб. переводов с нем. и англ. / под ред. А. М. Матюшина. – М.: Прогресс, 1965. – С. 234-269.

32. Маклаков, А. Г. Общая психология [Текст]: учебник для вузов / А. Г. Маклаков. – СПб.: Питер, 2008. – 583 с.

33. Максимов, Л. К. Зависимость развития математического мышления школьников от характера обучения [Текст] / Л. К. Максимов // Вопросы психологии. – 1979. – № 2. – С. 57-65.

34. Максимов, Л. К. Развитие основных компонентов теоретического мышления школьников [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л. К. Максимов; Моск. гос. пед. ун-т. – М., 1979. – 18 с.

35. Максимов, Л. К. Формирование математического мышления у младших школьников [Текст]: уч. пособие по спецкурсу / Л. К. Максимов. – М.: Просвещение, 1987. – 96 с.

36. Мендыгалиева, А. К. Проблемные задания на уроках математики в начальной и основной школе [Текст] / А. К. Мендыгалиева // Начальная школа плюс до и после. – 2012. – № 9. – С. 13-17.

37. Михайлова, Т. А. Обучение анализу математического текста как средство повышения качества знаний и умений учащихся [Текст] / Т. А. Михайлова // Начальная школа плюс до и после. – 2014. – № 6. – С. 18-24.

38. Образцова, Т. Н. Логические игры для детей [Текст] / Т. Н. Образцова. – М.: Научная книга, 2005. – 160 с.

39. Петерсон, Л. Г. Теория и практика построения непрерывного общего образования (на примере курса математики для дошкольников, начальной школы и 5-6 классов основной школы) [Текст]: автореф. дисс. ...

д-ра пед. наук: 13.00.01 / Л. Г. Петерсон; АПК и ППРО. – М., 2002. – 41 с.

40. Петухов, В. В. Психология мышления [Текст]: уч.-метод. пособие / В. В. Петухов. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 89 с.

41. Пиаже, Ж. Речь и мышление ребенка [Текст] / Ж. Пиаже. – М.: Педагогика-пресс, 1994. – 528 с.

42. Пиаже, Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления [Текст] / Ж. Пиаже // Преподавание математики. – М.: Учпедгиз, 1960. – С. 10-30.

43. Розов, Н. Х. Теория и практика инновационной деятельности в образовании [Текст] / Н. Х. Розов. – М.: МАКС Пресс, 2007. – 80 с.

44. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии [Текст] / С. Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2002. – 720 с.

45. Рудницкая, В. Н. Математика [Текст]: методика обучения / В. Н. Рудницкая. – М.: Вентана-Граф, 2005. – 112 с.

46. Ручкина, В. П. Курс лекций по методике обучения математике в начальных классах [Текст]: учеб. пособие / В. П. Ручкина, Г. П. Калинина, Г. В. Воробьева. – Екатеринбург: Издатель Калинина Г. П., 2009. – 190 с.

47. Рыдзе, О. А. Развитие самостоятельности ученика на уроке математики [Текст] / О. А. Рыдзе // Начальная школа. – 2016. – № 11. – С. 41-48.

48. Сазонова, Л. А. Развитие математического мышления учащегося в модульном обучении [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Л. А. Сазонова; Оренбур. гос. пед. ун-т. – Оренбург, 2006. – 23 с.

49. Селькина, Л. В. Методический аспект реализации деятельностного подхода на уроке математики [Текст] / Л. В. Селькина, М. А. Худякова // Начальная школа. – 2016. – № 6. – С. 20-29.

50. Скаткин, М. Н. Принципы обучения [Текст] / М. Н. Скаткин // Дидактика средней школы / под ред. М. Н. Скаткина. – М. Просвещение, 1982. – С. 48 -89.

51. Слепкань, З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике [Текст] / З. И. Слепкань. – Киев: Рад. школа, 1983. – 192 с.
52. Талызина, Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний (психологические основы) [Текст] / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 345 с.
53. Талызина, Н. Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников [Текст]: кн. для учителя / Н. Ф. Талызина. – М.: Просвещение, 1988. – 175 с.
54. Теплов, Б. М. Практическое мышление [Текст] / Б. М. Теплов // Психология мышления /под. ред. Ю. Б. Гиппенрейтер, В. А. Спиридонова, М. В. Фаликман, В. В. Петухова. – М.: Астрель, 2008. – С. 221-224.
55. Трегуб, Л. С. Элементы современного введения в математику. Равенство. Числовые структуры [Текст] / Л. С. Трегуб. – Ташкент: Фан, 1973. – 355 с.
56. Ушинский, К. Д. Собрание сочинений в 7 т.: [Текст] / К. Д. Ушинский. – М.: Изд-во АПН. – Т. 7. – 336 с.
57. Формирование приемов математического мышления [Текст] / под ред. Н. Ф. Талызиной. – М.: ТОО «Вентана-граф», 1995. – 235 с.
58. Фрейденталь, Г. Математика в науке и вокруг нас [Текст] / Г. Фрейденталь. – М.: Мир, 1977. – 261 с.
59. Фридман, Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе [Текст] / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
60. Эльконин, Д. Б. Психология обучения младших школьников [Текст] / Д. Б. Эльконин. – М.: Знание, 1974. – 64 с.
61. Эрдниев, П. М. Обучение математике в школе. Укрупнение дидактических единиц [Текст]: книга для учителя / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М.: Столетие, 1996. – 320 с.
62. Якиманская, И. С. Знания и мышление школьника [Текст] / И. С. Якиманская. – М.: Знание, 1985. – 80 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица 2

Результаты выполнения учащимися диагностических заданий на начальном этапе опытно-поисковой работы

Результаты выполнения заданий на констатирующем этапе работы						
№ п/п	Учащиеся	Набранные баллы			Сумма баллов	Уровень развития математического мышления
		Методика "Полоски"	Методика "Найди фигуру"	Методика "Анаграммы"		
1	Учащийся 1	1	1	1	3	низкий
2	Учащийся 2	1	1	1	3	низкий
3	Учащийся 3	2	1	1	4	низкий
4	Учащийся 4	1	2	2	5	средний
5	Учащийся 5	1	1	1	3	низкий
6	Учащийся 6	2	2	1	5	средний
7	Учащийся 7	2	2	2	6	средний
8	Учащийся 8	1	1	2	4	низкий
9	Учащийся 9	2	1	2	5	средний
10	Учащийся 10	1	1	1	3	низкий
11	Учащийся 11	1	2	1	4	низкий
12	Учащийся 12	1	1	1	3	низкий
13	Учащийся 13	1	2	1	4	низкий
14	Учащийся 14	2	2	1	5	средний
15	Учащийся 15	1	1	1	3	низкий
16	Учащийся 16	1	2	1	4	низкий
17	Учащийся 17	1	1	1	3	низкий
18	Учащийся 18	2	2	2	6	средний
19	Учащийся 19	1	2	2	5	средний
20	Учащийся 20	1	1	1	3	низкий
21	Учащийся 21	2	1	1	4	низкий
22	Учащийся 22	1	1	1	3	низкий
23	Учащийся 23	1	2	1	4	низкий
24	Учащийся 24	2	2	1	5	средний
25	Учащийся 25	1	1	1	3	низкий
средний балл		1,32	1,44	1,24		

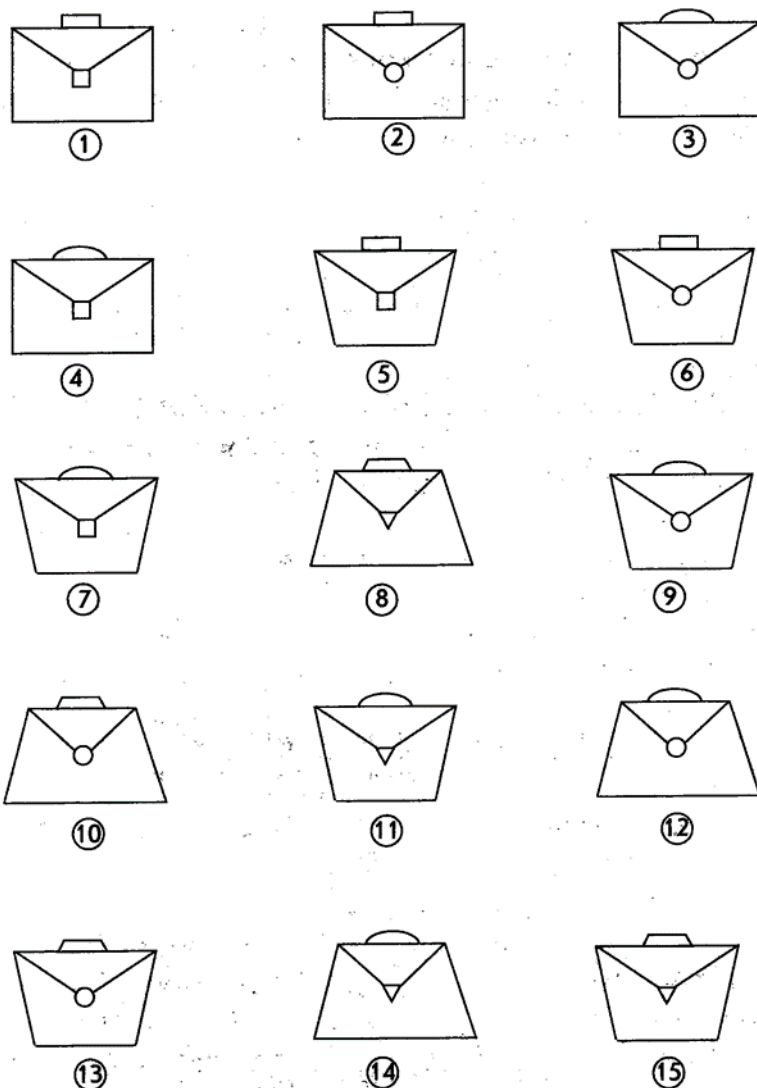
Комплекс упражнений для развития математического мышления учащихся 2 класс

Упражнения для развития умения анализировать

1. Игра «Одинаковое – разное, у двух»

Игра проводилась в разных вариантах, с разным количеством фигур (сначала брали только 3 фигуры, затем увеличивали их количество).

Приведем примеры рисунков и вопросов.



У какого портфеля, 2 или 5, замок, как у портфеля 1 (2, 8 ...)?

У какого портфеля, 1 или 3, ручка, как у портфеля 2 (7, 8 ...)?

У какого портфеля, 7 или 4, форма, как у портфеля 1?

У какого портфеля, 9 или 10, ручка и замок, как у портфеля 3?

У какого портфеля, 7 или 9, форма и ручка, как у портфеля 10?
У какого портфеля, 4 или 13, форма, не как у портфеля 1?
У какого портфеля, 10 или 11, ручка и замок, не как у портфеля 2?
Сколько из портфелей 5, 6, 7, 8, 9 имеют ручку, не как у портфеля 4? И
т.д.

2. Алик и Боря составляли слова из кубиков с буквами. Сначала Алик составил слово СОН. Затем он переставил буквы, и получилось слово НОС. Боря сначала составил слово МИР, а затем переставил в нем буквы так же, как Алик. Что получилось у Бори?

- а) РМИ б) МРИ в) неизвестно, что г) РИМ д) ИРМ

3. Алла расставляла кубики с цифрами, а Вера – с буквами. Сначала Алла расставила цифры так – 846, а затем переставила цифры, и получилось по-другому – 468. Вера сначала поставила кубики по порядку, а затем переставила так же, как Алла. Что получилось у Веры?

- а) ГШВ б) ДМФ в) ОИК г) ОШЖ д) неизвестно, что

4. Света, Аня и Галя выращивали на грядках овощи: двое – свеклу, одна – кабачки. У Светы и Гали, Светы и Ани были разные овощи. Кто выращивал кабачки?

- а) неизвестно, кто б) Света в) Галя г) Аня д) Марина

5. Ира, Марина и Вера пели песни: двое – детские, одна – взрослые. Марина и Вера, Вера и Ира любили разные песни. На какой вопрос можно ответить по условию этой задачи?

- а) Как пела Марина – громко или тихо?
б) Сколько детских песен знали девочки?
в) Кто пел детские песни?
г) Какие взрослые песни любили девочки?
д) Когда девочки пели песни?

6. На доске цветными мелками написали слова:

МОРЕ МАЧТА КАРАВАЙ

У синего и белого слова одинаковая первая буква, у белого и красного – вторая. Какое слово синего цвета?

- а) неизвестно, какое б) МОРЕ в) МАЧТА г) КАРАВАЙ

7. Миша, Ваня и Леня – спортсмены: кто-то из них был боксер, кто-то борец, кто-то гимнаст. В первый день соревнований выступал то ли Миша, то ли боксер, во второй – то ли боксер, то ли Ваня. Каким спортом занимался Леня?

- а) гимнастикой б) неизвестно, каким в) боксом г) борьбой

8. Даше и Маше подарили надувные шары. Кто-то из них получил большие шары, кто-то маленькие, кто-то синие, кто-то белые. Сначала улетели или маленькие шары, или у Даши, затем или маленькие шары, или белые. Какие шары не подарили Маше?

- а) неизвестно, какие б) маленькие в) синие г) большие

9. Существует правило: Если на лист простой бумаги синего цвета положить лист копировальной бумаги красного цвета и провести по ней линию карандашом желтого цвета, то на листе простой (не копировальной) бумаги синего цвета окажется линия красного цвета.

Пользуясь правилом, определите, какого цвета линия будет на простой бумаге после проведения карандашом линии по копировальной бумаге, если:

а) бумага желтого цвета, на ней сверху копировальная бумага синего цвета, карандаш зеленый?

б) бумага зеленая, копирка сверху синяя, карандаш синий?

в) бумага красная, копирка красная, карандаш желтый?

г) бумага коричневая, копирка желтая, карандаш коричневый?

д) бумага синяя, копирка желтая, вторая копирка (которую положили сверху на первую) красная, карандаш красный?

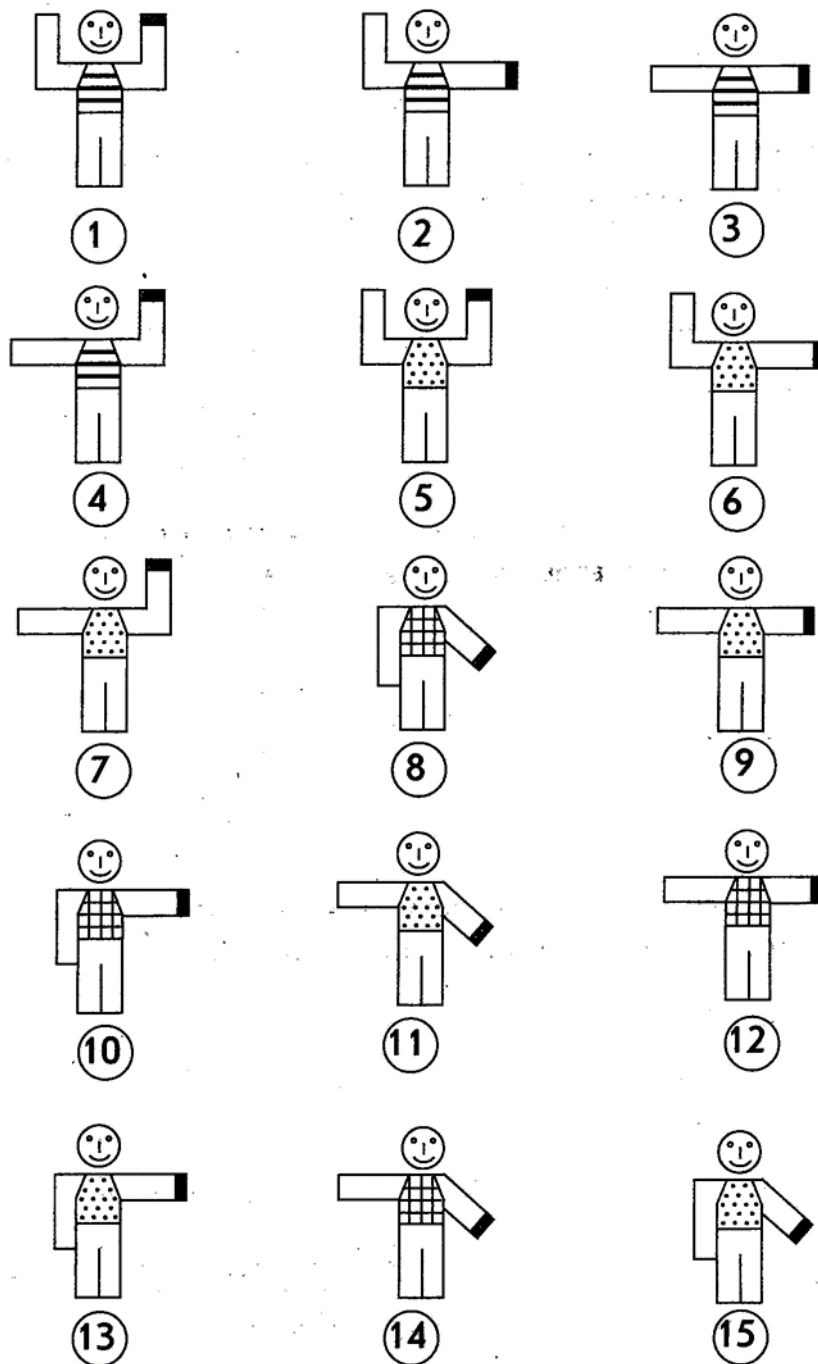
10. Игра «Одинаковое – разное, у трех»

Сколько одинаковых признаков у человечков 1 и 2?

- а) ни одного б) один в) два г) три

Сколько разных признаков у человечков 2 и 3?

а) один в) ни одного в) два г) три



У человечков 1 и 2 два одинаковых признака. У каких человечков, 1 и 4 или 1 и 5, столько же одинаковых признаков, сколько у человечков 1 и 2?

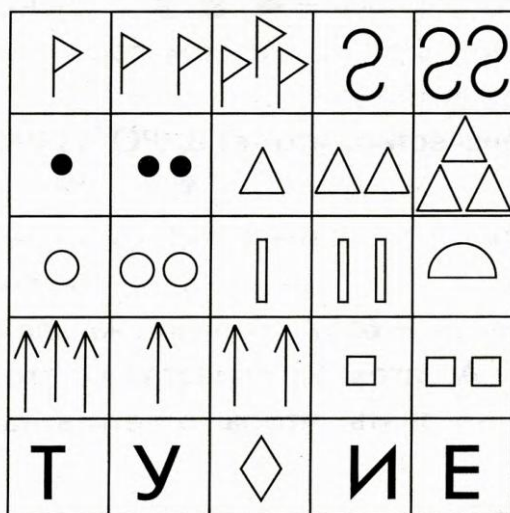
а) у 1-5 б) у 1-6 в) у 1-4

У человечков 4 и 5 один одинаковый признак. У каких человечков, – 4-7 или 4-8, – больше одинаковых признаков, чем у человечков 4-5?

а) у 4-7 б) у 4-7 и 4-5 поровну в) у 4-8

Упражнения для развития умения планировать

1. Игра «Шаги»



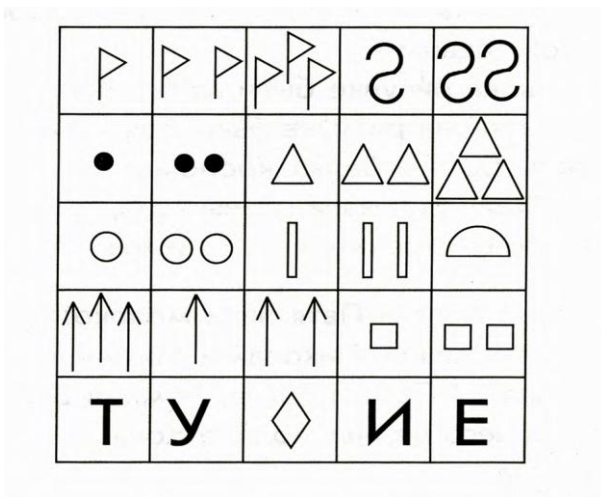
Однажды утка попала в волшебный квадрат, по клеткам которого ей захотелось попутешествовать. Передвигаться по волшебному квадрату можно только в соседние клетки и делать прямые шаги \rightarrow , \downarrow и косые шаги \swarrow , \searrow .

Сначала утка оказалась в клетке с одной точкой. Потом она сделала шаг и попала в клетку с двумя точками. Какой она сделала шаг – прямой или косой?

Как утка попала из клетки с флажком в клетку с треугольником: двумя шагами прямо или шагами прямо и наискось?

Как утка попала из клетки с одной точкой в клетку с одной стрелкой: шагами наискось и прямо или двумя шагами наискось? И т.д.

2. Игра «Прыжки»



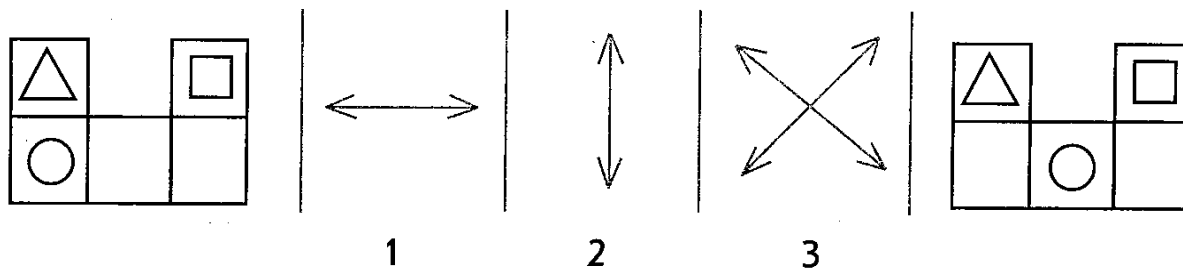
По клеткам этого волшебного квадрата перемещается заяц. Он может прыгать только через клетку и делать прямые прыжки и косые прыжки. Сначала заяц был в клетке с двумя флажками, потом он сделал один прыжок и попал в клетку с одним крючком. Какой он сделал прыжок: прямой или косой?

Как заяц попал из клетки с одним флажком в клетку с одним кружком: двумя прыжками прямо или прыжками прямо и наискось?

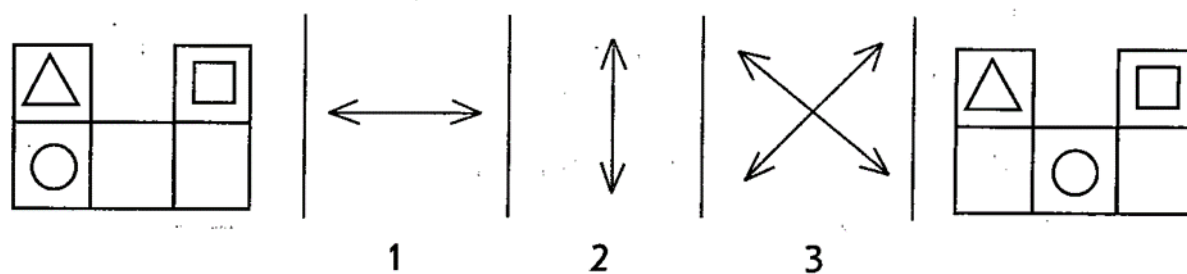
Как заяц попал из клетки с двумя флажками в клетку с буквой Е: прыжками наискось и прямо или двумя прыжками наискось?

Как заяц попал из клетки с буквой У в клетку с двумя флажками: двумя прыжками прямо и одним наискось или прыжком прямо и двумя прыжками наискось? И т.д.

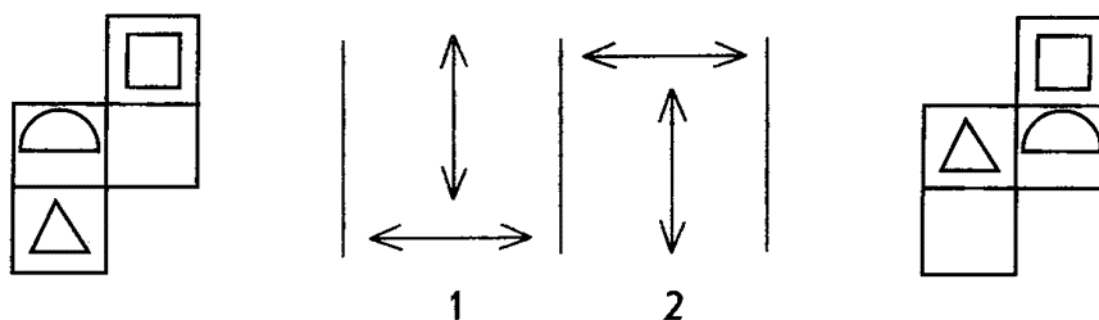
3. Игра «Перестановки»



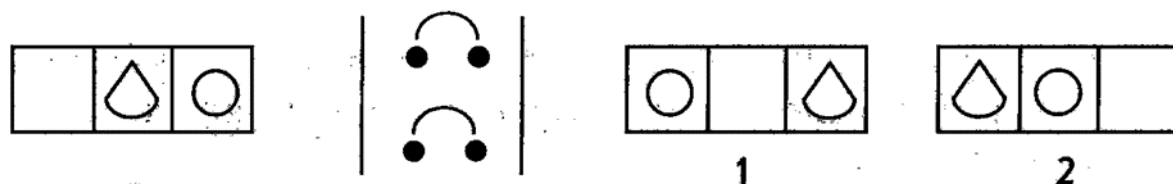
Сначала фигурки расставили так, как в клетках слева. Потом одну фигурку передвинули и получилось так, как в клетках справа. Какое было передвижение: в сторону, вверх-вниз или наискось?



Какие были передвижения: в сторону и вверх-вниз или вверх-вниз и наискось?

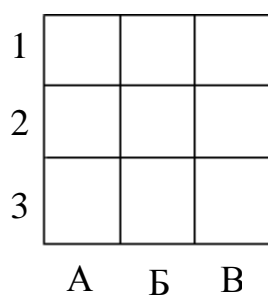


Какие были передвижения: вверх-вниз и в сторону или в сторону и вверх-вниз?



В клетках слева сделали две перестановки на соседнюю клетку. Что получилось: так, как в клетках над цифрой 1 или 2?

4. Игра «Ход коня»



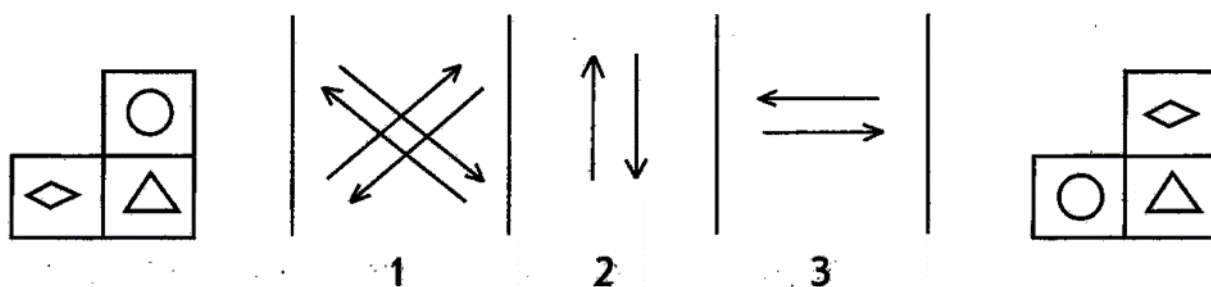
Сначала дети учатся называть каждую клетку на «шахматной доске» (А1; Б2 и т.д.) Затем детям показывают, как ходит по доске шахматный конь

(из Б1 в А3 и т.д.). Затем учитель называет детям клетку, из которой конь начинает прыгать, дети должны сказать, в какую клетку он попадет.

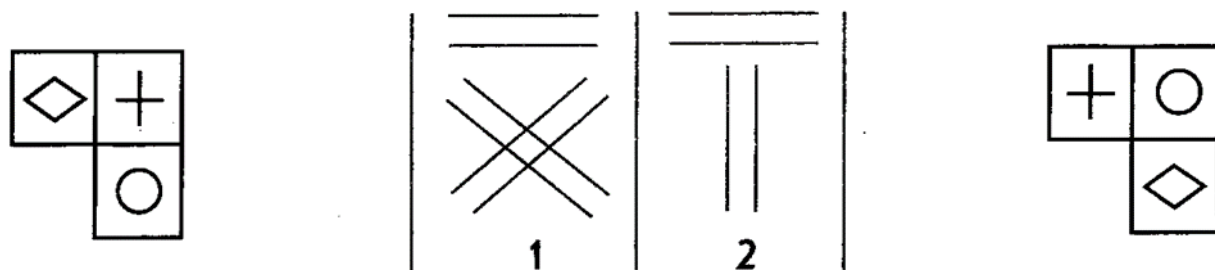
Эту игру можно проводить в различных вариантах.

5. Игра «Обмены»

Сначала фигурки расставили так, как в клетках слева. Потом две фигурки обменялись местами и получилось так, как в клетках справа. Какой был обмен: наискось, вверх-вниз или в сторону?



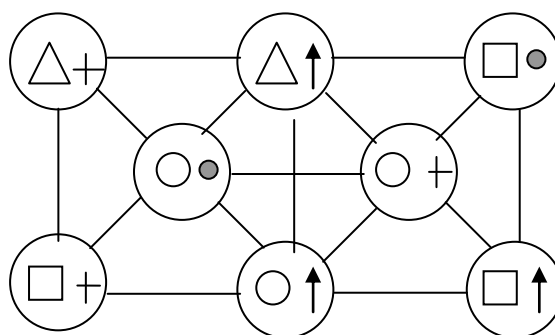
Какие были два обмена: в сторону и наискось или в сторону и вверх-вниз?



Игра может проводиться в различных вариантах.

6. Упражнение «Почтальон»

Готовится игровое поле.



Эти круги – домики. В каждом – два жителя. Линии между домиками – это дорожки, – по ним ходит почтальон и разносит письма. У него есть

правило: ходить только по таким дорожкам, где есть домики с одинаковым жителем. Скажи, куда может пойти почтальон из домика, где живут треугольник и крестик?

Какие две дорожки прошел почтальон, чтобы из домика, где треугольник и крестик, попасть в домик, где кружок и стрелка?»

По каким двум дорожкам прошел почтальон от треугольника и стрелки к кругу с точкой?

По каким двум дорожкам прошел почтальон от круга с крестиком к квадрату со стрелкой?

По каким двум дорожкам прошел почтальон от квадрата с точкой к кругу со стрелкой?

По каким двум дорожкам прошел почтальон от треугольника и стрелки к кругу с крестиком?

По каким трем дорожкам прошел почтальон от круга с точкой к квадрату с точкой?

По каким трем дорожкам прошел почтальон от треугольника и крестика к кругу с крестиком?

По каким трем дорожкам прошел почтальон от треугольника со стрелкой к кругу с точкой?

По каким трем дорожкам прошел почтальон от круга с точкой к квадрату со стрелкой?

7. Игра «Поменяй местами»

1	<table><tr><td>△</td><td>△</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td></tr></table>	△	△	○	○		<table><tr><td>7</td><td>4</td></tr><tr><td>7</td><td>4</td></tr></table>	7	4	7	4
△	△										
○	○										
7	4										
7	4										
2	<table><tr><td>△</td><td>△</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td></tr></table>	△	△	○	○	-----	<table><tr><td>7</td><td>4</td></tr><tr><td>7</td><td>4</td></tr></table>	7	4	7	4
△	△										
○	○										
7	4										
7	4										
	А Б										

В этой задаче требуется один раз переставить фигурки так, чтобы одинаковые из них оказались в тех же клетках, что и одинаковые цифры. Для этого нужно какие-то две фигурки одновременно мысленно поменять местами

1	△	△	○
2	○	□	□
	А	Б	В

	4	8	6
	4	8	6

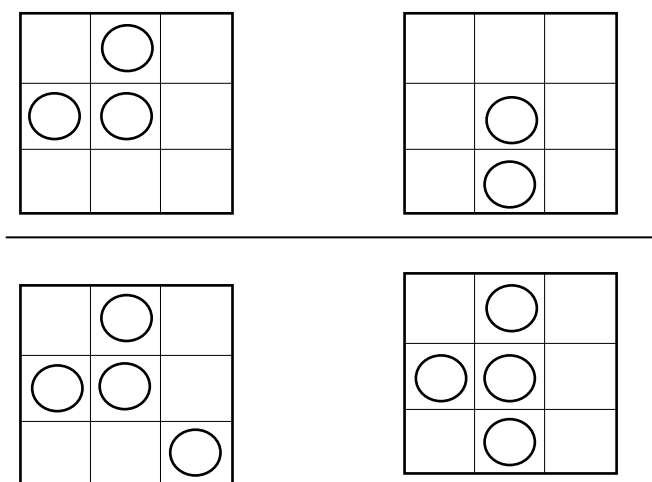
В этой задаче нужно найти два действия, чтобы одинаковые фигурки были в тех же клетках, где одинаковые цифры.

Далее условия задач усложняются, например, так:

2 1	<table><tr><td>○</td></tr><tr><td>○ △</td></tr></table>	○	○ △	а б	№1 1 д.	<table><tr><td>5</td></tr><tr><td>4 4</td></tr></table>	5	4 4	2 1	<table><tr><td>+</td><td>□</td></tr><tr><td>□</td><td>+</td></tr></table>	+	□	□	+	а б	№2 1 д.	<table><tr><td>7</td><td>9</td></tr><tr><td>7</td><td>9</td></tr></table>	7	9	7	9																								
○																																													
○ △																																													
5																																													
4 4																																													
+	□																																												
□	+																																												
7	9																																												
7	9																																												
2 1	<table><tr><td>△</td><td>+</td><td>○</td></tr><tr><td>+</td><td>○</td><td>△</td></tr></table>	△	+	○	+	○	△	а б в	№3 1 д.	<table><tr><td>7</td><td>8</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>7</td></tr></table>	7	8	8	9	9	7	2 1	<table><tr><td>□</td><td>+</td><td>○</td><td>△</td></tr><tr><td>△</td><td>○</td><td>□</td><td>+</td></tr></table>	□	+	○	△	△	○	□	+	а б в г	№4 1 д.	<table><tr><td>9</td><td>7</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>8</td><td>8</td><td>9</td><td>7</td></tr></table>	9	7	5	5	8	8	9	7								
△	+	○																																											
+	○	△																																											
7	8	8																																											
9	9	7																																											
□	+	○	△																																										
△	○	□	+																																										
9	7	5	5																																										
8	8	9	7																																										
2 1	<table><tr><td>○</td><td>○</td><td>△</td></tr><tr><td>△</td><td>□</td><td>□</td></tr></table>	○	○	△	△	□	□	а б в	№5 2 д.	<table><tr><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr></table>	4	5	7	4	5	7	2 1	<table><tr><td>+</td><td>+</td><td>○</td></tr><tr><td>△</td><td>○</td><td>△</td></tr></table>	+	+	○	△	○	△	а б в	№6 2 д.	<table><tr><td>7</td><td>8</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>6</td><td>6</td></tr></table>	7	8	7	8	6	6												
○	○	△																																											
△	□	□																																											
4	5	7																																											
4	5	7																																											
+	+	○																																											
△	○	△																																											
7	8	7																																											
8	6	6																																											
2 1	<table><tr><td>○</td><td>□</td><td>+</td><td>△</td></tr><tr><td>+</td><td>△</td><td>□</td><td>○</td></tr></table>	○	□	+	△	+	△	□	○	а б в г	№7 2 д.	<table><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>7</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr></table>	6	5	5	9	7	6	7	9	2 1	<table><tr><td>○</td><td>□</td><td>○</td><td>△</td></tr><tr><td>+</td><td>□</td><td>□</td><td>+</td></tr></table>	○	□	○	△	+	□	□	+	а б в г	№8 2 д.	<table><tr><td>8</td><td>5</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>5</td><td>4</td></tr></table>	8	5	9	9	4	8	5	4				
○	□	+	△																																										
+	△	□	○																																										
6	5	5	9																																										
7	6	7	9																																										
○	□	○	△																																										
+	□	□	+																																										
8	5	9	9																																										
4	8	5	4																																										
3 2 1	<table><tr><td>○</td><td>△</td><td>△</td></tr><tr><td>○</td><td>□</td><td>○</td></tr><tr><td>□</td><td>□</td><td>△</td></tr></table>	○	△	△	○	□	○	□	□	△	а б в	№9 2 д.	<table><tr><td>7</td><td>8</td><td>7</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>8</td></tr><tr><td>7</td><td>5</td><td>8</td></tr></table>	7	8	7	5	5	8	7	5	8	3 2 1	<table><tr><td>□</td><td>○</td><td>△</td></tr><tr><td>○</td><td>△</td><td>□</td></tr><tr><td>□</td><td>△</td><td>○</td></tr></table>	□	○	△	○	△	□	□	△	○	а б в	№10 2 д.	<table><tr><td>5</td><td>4</td><td>7</td></tr><tr><td>7</td><td>7</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>4</td></tr></table>	5	4	7	7	7	4	5	5	4
○	△	△																																											
○	□	○																																											
□	□	△																																											
7	8	7																																											
5	5	8																																											
7	5	8																																											
□	○	△																																											
○	△	□																																											
□	△	○																																											
5	4	7																																											
7	7	4																																											
5	5	4																																											
3 2 1	<table><tr><td>□</td><td>△</td><td>△</td></tr><tr><td>△</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>□</td><td>□</td></tr></table>	□	△	△	△	○	○	○	□	□	а б в	№11 3 д.	<table><tr><td>6</td><td>7</td><td>6</td></tr><tr><td>8</td><td>6</td><td>8</td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>7</td></tr></table>	6	7	6	8	6	8	7	8	7	3 2 1	<table><tr><td>○</td><td>□</td><td>○</td></tr><tr><td>△</td><td>○</td><td>△</td></tr><tr><td>□</td><td>△</td><td>□</td></tr></table>	○	□	○	△	○	△	□	△	□	а б в	№12 3 д.	<table><tr><td>5</td><td>4</td><td>4</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td></tr></table>	5	4	4	4	6	6	6	5	5
□	△	△																																											
△	○	○																																											
○	□	□																																											
6	7	6																																											
8	6	8																																											
7	8	7																																											
○	□	○																																											
△	○	△																																											
□	△	□																																											
5	4	4																																											
4	6	6																																											
6	5	5																																											

7. Игра «Просвет»

Даны два квадрата с рисунками внутри. Представьте, что они нарисованы на прозрачных стеклышках. Сколько кружков мы увидим, если наложим одно стеклышко на другое? Выберите из двух квадратов под линией тот, который правильно изображает рисунок при наложении.



Далее варианты игры усложняются.

Упражнения на развитие действия рефлексии

1. Игра «Твое мнение»

На первом этапе следует решить три задачи на перестановку букв (или цифр). Например: Как из первого ряда букв можно получить второй в два действия? Действовать нужно по такому правилу: одним действием считается одновременная перестановка любых двух букв.

4. ВГЛЖ → ГВЖЛ

5. РСЧП → ЧПРС

6. ШТФБ → ТШБФ

Затем нужно выбрать одно из пяти мнений о задачах и обосновать его:

6. Все задачи похожи.

7. Все задачи разные.

8. Первая и вторая задачи похожи, а третья от них отличается.

9. Вторая и третья задачи похожи, а первая от них отличается.

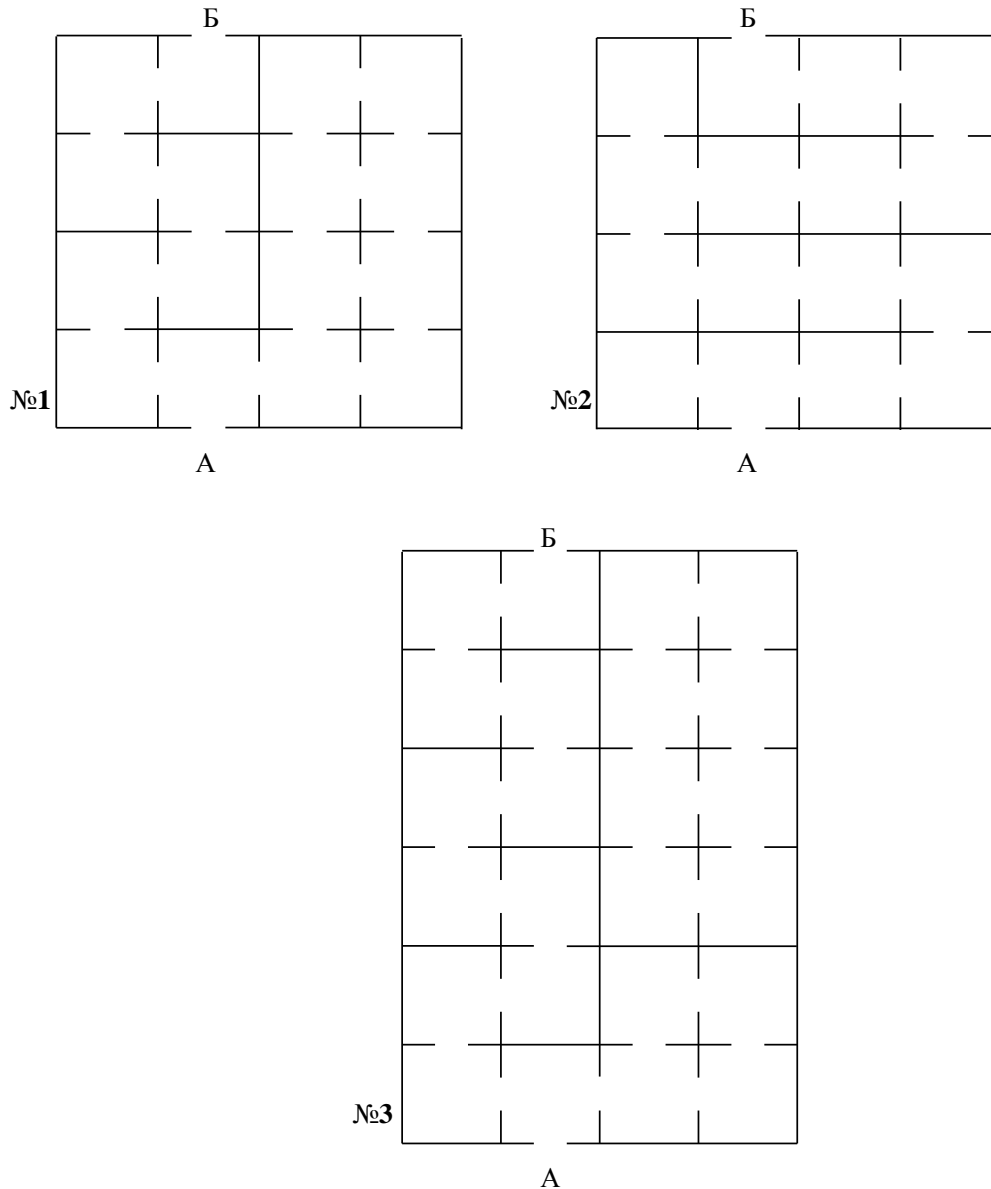
10. Первая и третья задачи похожи, а вторая от них отличается.

Игра может проводиться в разных вариантах.

2. Игра «Лабиринты»

Детям предлагается пройти лабиринты, каждый из которых нарисован на отдельном листе бумаги. При этом можно касаться карандашом листа бумаги, но рисовать линии нельзя. После прохождения лабиринтов

предлагается вопрос: «Ты отгадал, как пройти от входа к выходу в трех лабиринтах. Много детей, как и ты, разгадывали эти лабиринты. Одни дети сказали, что все эти лабиринты похожи, другие сказали, что эти лабиринты разные, дети третьей группы сказали, что один лабиринт не подходит к двум другим. Как ты думаешь, кто сказал правильно?»



3. Задание «Найди похожие»

Найди значения выражений:

$$8 + 2$$

$$4 + 3$$

$$7 + 5$$

$$6 + 3$$

$$6 + 7$$

$$4 + 7$$

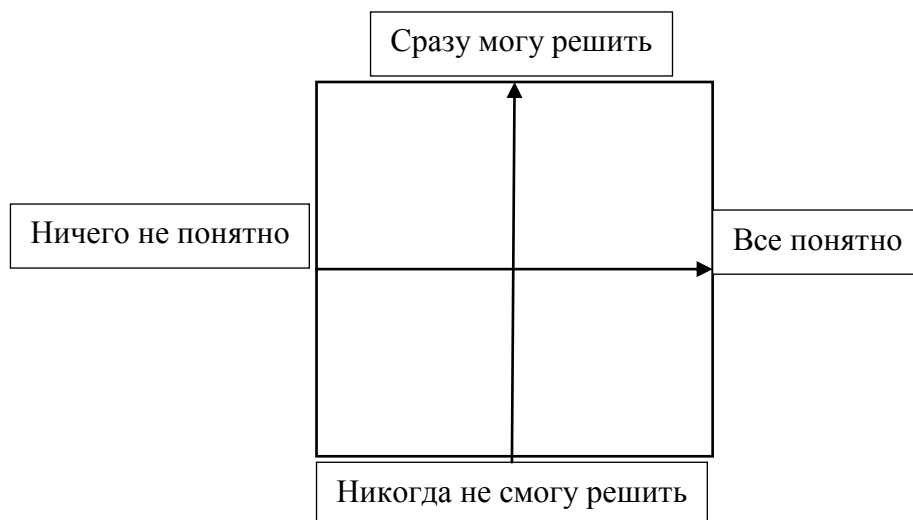
$$5 + 7$$

$$8 + 4$$

Есть ли среди этих выражений похожие? Раздели их на группы.

4. Упражнение «Оценочное окно»

Учащимся предлагается найти и обозначить место своих знаний по определенному заданию в оценочном окне.



5. Упражнение «Знаю – не знаю – надо узнать»

Учащихся просят ответить устно или заполнить графы таблицы: что они знают, необходимое для решения какой-либо задачи, чего не знают, что необходимо узнать.

Знаю	Не знаю	Надо узнать

6. Составь по аналогии.

Детям дается задание составить свою задачу по аналогии с одной из только что решенных, например, из игр «Просвет», «Обмены», «Поменяй местами», «Перестановки» и др.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Результаты выполнения учащимися диагностических заданий на заключительном этапе опытно-поисковой работы

Результаты выполнения заданий на заключительном этапе работы						
№ п/п	Учащиеся	Набранные баллы			Сумма баллов	Уровень развития математического мышления
		Методика "Полоски"	Методика "Найди фигуру"	Методика "Анаграммы"		
1	Учащийся 1	1	1	2	4	низкий
2	Учащийся 2	1	2	2	5	средний
3	Учащийся 3	2	1	2	5	средний
4	Учащийся 4	1	2	2	5	средний
5	Учащийся 5	2	1	1	4	низкий
6	Учащийся 6	2	2	2	6	средний
7	Учащийся 7	2	3	3	8	высокий
8	Учащийся 8	1	1	2	4	низкий
9	Учащийся 9	2	1	2	5	средний
10	Учащийся 10	2	1	1	4	низкий
11	Учащийся 11	2	2	1	5	средний
12	Учащийся 12	1	2	1	4	низкий
13	Учащийся 13	2	2	1	5	средний
14	Учащийся 14	2	2	2	6	средний
15	Учащийся 15	1	1	2	4	низкий
16	Учащийся 16	2	2	2	6	средний
17	Учащийся 17	2	1	1	4	низкий
18	Учащийся 18	3	3	2	8	высокий
19	Учащийся 19	2	2	2	6	средний
20	Учащийся 20	2	1	1	4	низкий
21	Учащийся 21	2	2	1	5	средний
22	Учащийся 22	1	2	1	4	низкий
23	Учащийся 23	1	2	2	5	средний
24	Учащийся 24	2	2	2	6	средний
25	Учащийся 25	1	2	1	4	низкий
средний балл		1,68	1,72	1,64		

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский государственный педагогический университет»
Институт педагогики и психологии детства

ОТЗЫВ
руководителя выпускной квалификационной работы

Тема ВКР Условия развития математического мышления младших школьников

Студента Дерябина Юлиа Сергеевна

Обучающегося по ОПОП "Начальное образование"

Заочной формы обучения

Студент при подготовке выпускной квалификационной работы проявил готовность корректно формулировать и ставить задачи своей деятельности; готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования; анализировать, устанавливать приоритеты и методы решения поставленных задач.

В процессе написания ВКР студент проявил такие личностные качества, как самостоятельность, ответственность, добросовестность и аккуратность.

Студент рационально планировал время выполнения работы, соблюдал график написания ВКР, обоснованно использовал в профессиональной деятельности методы научного исследования, консультировался с руководителем, учитывал все замечания и рекомендации. Показал достаточный уровень работоспособности и прилежания.

Содержание ВКР систематизировано, имеются выводы, отражающие основные положения параграфа и глав ВКР.

Автор продемонстрировал умение делать обоснованные и достоверные выводы из проделанной работы, пользоваться научной литературой профессиональной направленности.

Заключение соотнесено с задачами исследования, отражает основные выводы.

ОБЩЕЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа Студента Дерябиной Юлии Сергеевны соответствует требованиям, предъявляемым к квалификационной работе выпускника Института педагогики и психологии детства УрГПУ, и рекомендуется к защите.

Ф.И.О. руководителя ВКР Ручкина В.П.

Должность доцент кафедры теории и методики обучения естествознанию, математике и информатике в период детства

Уч. звание доцент

Уч. степень кандидат педагогических наук

Подпись 

Дата 25.11.17

НОРМОКОНТРОЛЬ

ФИО Дерябина Юлия Сергеевна
Кафедра ЭКОНОМИКИ
результаты проверки нормоконтроль
пробег

Дата 05.12.2014

Ответственный
нормоконтролер

Сидорова
(подпись)

Сидорова Т.В.
(ФИО)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

о результатах проверки ВКР системой «Антиплагиат».

На основании контракта с ЗАО «Анти-Плагат» № 3/5-17 от 09.03.2017 года
«Обеспечение доступа к информации системы автоматизированной проверки
текстов «Антиплагиат» проверена работа студента УрГПУ

ФИО Дерябина Юлия Сергеевна
института/факультета ИПИПД получены следующие результаты:

Оригинальный текст составляет 73, 81

Дата 27.11.17

Ответственный
подразделения Никипина
подпись